

Modele gotówki w przedsiębiorstwie – przegląd literatury

Aleksandra Szpulak*

Streszczenie: *Cel* – Celem artykułu jest próba systematyzacji wiedzy o modelowaniu gotówki w przedsiębiorstwie dostępnej w krajowych i zagranicznych pracach naukowych poświęconych tematyce zarządzania gotówką.

Metodologia badania – Modelowanie gotówki jest przedmiotem zainteresowań niewielu naukowców, choć prognozy i analizy budowane na podstawie modeli są niezbędne do zarządzania gotówką. Z powodu ograniczonej literatury niniejsze badania literaturowe oparto na pokrewnym problemie badawczym, którym jest modelowanie zarządzania gotówką. W badaniu zastosowano krytyczną analizę treści krajowych i zagranicznych prac (tj. artykułów naukowych, monografii, podręczników) poświęconych modelom zarządzania gotówką, opublikowanych od momentu publikacji Baumol’a w 1952 r. W trakcie analizy założeń modeli zarządzania gotówką w przedsiębiorstwie rozpoznano przyjęty *aporii* przez badaczy model gotówki i zidentyfikowano trzy cechy tego modelu, tj. (1) liczbę zmiennych w modelu, (2) uwzględnienie czynnika czasu w modelu oraz (3) uwzględnienie stopnia niepewności w modelu.

Wynik – Usystematyzowanie wiedzy o modelowaniu gotówki w przedsiębiorstwie, identyfikacja głównych problemów w obszarze modelowania gotówki oraz wskazanie kierunków dalszych badań nad tym zagadnieniem.

Oryginalność/wartość – Dodatkowym motywem dokonania niniejszego przeglądu literatury jest, na ile zdołałam ustalić, brak takiego opracowania w języku polskim, w j. angielskim opracowanie takie powstało w 1976 r. (Gregory 1976), w 1986 r. (Srinivasan, Kim 1986) oraz w 2015 r. (Moraes i in. 2015).

Słowa kluczowe: model gotówki, przepływy pieniężne netto

Wprowadzenie

Problem analizy i prognozowania gotówki w przedsiębiorstwie pochodzi z obszaru krótkookresowego zarządzania finansami przedsiębiorstwa. Celem analiz i budowy prognoz gotówki jest: (i) identyfikacja czynników wpływających na gotówkę i sposobu ich oddziaływania, (ii) określenie momentu pojawienia się, czasu trwania oraz wysokości nadwyżki lub niedoboru gotówki w przedsiębiorstwie oraz (iii) oszacowanie niepewności towarzyszącej formułowanym sądom. W wąskim ujęciu wnioski z przeprowadzonej analizy i prognozy służą menadżerom do: (i) zarządzania gotówką, tj. rozdysponowania nadwyżki lub pokrycia niedoboru gotówki oraz (ii) zarządzania ryzykiem tj. opracowywania strategii zabezpieczania się przed ryzykiem osiągnięcia stanu gotówki innego niż prognozowany. W szerszym ujęciu, tj. biorąc pod uwagę fakt, że krótkookresowe prognozy, np. dzienne

* dr Aleksandra Szpulak, Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu, e-mail: aleksandra.szpulak@ue.wroc.pl.

można agregować do prognoz o dłuższym horyzoncie, np. tygodniowych, miesięcznych, kwartalnych czy nawet rocznych, wyniki przeprowadzonych analiz oraz prognozy gotówki służą menadżerom do podejmowania strategicznych decyzji dotyczących z jednej strony poziomu i struktury aktywów operacyjnych i nieoperacyjnych, a z drugiej strony poziomu i struktury źródeł finansowania aktywów tj. całkowitego kapitału zainwestowanego oraz operacyjnych zobowiązań bieżących. Decyzje o strukturze aktywów i pasywów przedsiębiorstwa znajdują swoje odzwierciedlenie w ocenie płynności finansowej oraz szacunkach wartości przedsiębiorstwa, będącej współcześnie wiodącym miernikiem oceny efektywności przedsiębiorstwa. Z jednej strony płynność finansowa, a z drugiej efektywność finansowa determinują wysoką rangę problemu, jakim jest modelowanie gotówki w przedsiębiorstwie.

Celem artykułu jest próba systematyzacji wiedzy o modelowaniu gotówki w przedsiębiorstwie. Zadanie to nie jest proste, ponieważ poza nielicznymi wyjątkami, np. (Stone 1972; Stone, Wood 1977; Gregory 1979; Emery 1981; Miller, Stone 1985; Stone, Miller 1987; Gormerly, Meade 2007; Blanc 2015) nie ma prac bezpośrednio poświęconych zagadnieniom modelowania gotówki w przedsiębiorstwie. Tego samego nie można już jednak powiedzieć o literaturze dotyczącej modelowania zarządzania gotówką, która jest bardzo bogata. Aby zatem zrealizować cel artykułu Autorka postanowiła przeanalizować ok. 40 modeli zarządzania gotówką, skonstruowanych na przestrzeni ostatnich 60 lat, których twórcy pośrednio lub bezpośrednio określali jak modelują gotówkę w przedsiębiorstwie. Dodatkowym motywem dokonania niniejszego przeglądu literatury jest, na ile zdołałam to ustalić, brak takiego opracowania w języku polskim. W j. angielskim opracowanie takie powstało w 1976 roku (Gregory 1976), w 1986 roku (Srinivasan, Kim 1986) oraz w 2015 roku (Moraes i in. 2015).

Zidentyfikowane modele gotówki zostaną zaklasyfikowane do grup wyznaczonych przez trzy wymiary: tj. (i) liczbę zmiennych uwzględnionych w modelu tj. od modeli jednowymiarowych do modeli wielowymiarowych (ii) uwzględnienie czynnika czasu w modelu tj. od modeli statycznych do modeli dynamicznych oraz (iii) uwzględnienie niepewności w modelu, tj. od modeli deterministycznych do modeli stochastycznych. Taka klasyfikacja pozwoli na usystematyzowanie zgromadzonej wiedzy o modelowaniu gotówki w przedsiębiorstwie.

Gotówka w niniejszym badaniu jest rozumiana jako środki pieniężne i inne aktywa pieniężne, które zgodnie z obowiązującą w Polsce ustawą o rachunkowości zaklasyfikowane są do inwestycji krótkoterminowych. Gotówkę w danym momencie wyznacza następujące równanie:

$$C_t = C_{t-1} + NCF_t \quad (1)$$

gdzie:

C_t – gotówka w momencie t ,

C_{t-1} – gotówka w momencie $t - 1$,

NCF_t – przepływów pieniężnych netto osiągniętych w okresie t (skumulowanych, tj. od $t - 1$ do t).

W niniejszym badaniu podstawową jednostką czasu jest dzień, czyli przedmiotem badania są modele dziennej gotówki oraz dziennych przepływów pieniężnych netto, tj. różnicy między (skumulowanymi) wpływami gotówki CF_t^+ , a (skumulowanymi) wypływami gotówki CF_t^- na koniec dnia:

$$C_t = C_{t-1} + CF_t^+ - CF_t^- \quad (2)$$

1. Uwagi metodologiczne

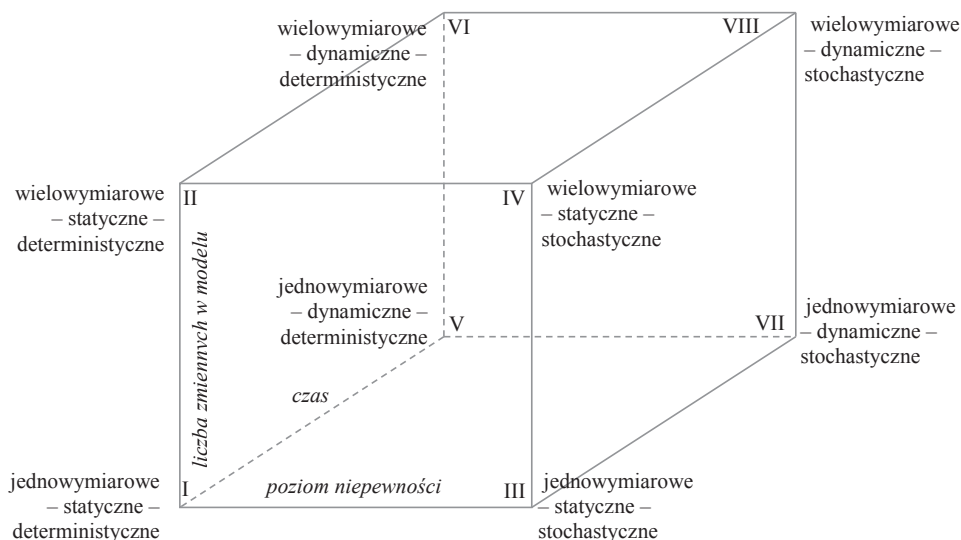
Bezpośrednią inspiracją klasyfikacji modeli gotówki przedstawionej poniżej w niniejszym artykule był artykuł z 1988 roku James'a Gentry (Gentry 1988), w którym autor omawiał metody, informacje i modele stosowane w krótkoterminowym zarządzaniu finansami przedsiębiorstwa.

Występujące w literaturze modele gotówki zostały sklasyfikowane w trójwymiarowej przestrzeni wyznaczonej przez następujące zmienne: (i) liczbę zmiennych uwzględnionych w modelu tj. od modeli jednowymiarowych do modeli wielowymiarowych, (ii) uwzględnienie czynnika czasu w modelu tj. od modeli statycznych do modeli dynamicznych oraz (iii) uwzględnienie niepewności w modelu, tj. od modeli deterministycznych do modeli stochastycznych¹. Graficznie omawianą przestrzeń przedstawiono w kształcie prostopadłościanu na rysunku 1. Przestrzeń określona przez wyżej wymienione 3 wymiary pozwala na wyróżnienie VIII grup modeli, będących efektem skrajnych podejść badaczy do modelowania zmiennej zależnej.

Modele jednowymiarowe opisują prawidłowości występujące w zmiennej zależnej, a modele wielowymiarowe opisują prawidłowości w związkach między zmienną zależną (objaśnianą) i zmiennymi niezależnymi (objaśniającymi). Modele statyczne opisują prawidłowości występujące w danym momencie, a modele dynamiczne opisują prawidłowości występujące w czasie. Modele deterministyczne (*certainty models*) zakładają, że analizowane prawidłowości są nielosowe i ukształtowane przez znany badaczowi kompletny zestaw przyczyn, a modele stochastyczne (*stochastic models*) zakładają, że prawidłowości są losowe, a informacje posiadane przez badacza są niepełne. O modelach deterministycznych i stochastycznych mówi się w kontekście możliwości sterowania zmienną zależną przez decydenta. I tak, modele deterministyczne opisują sytuację, w której decydent ma pełną kontrolę nad zmienną zależną, a modele stochastyczne sytuację, gdy zmienna zależna jest poza jakąkolwiek kontrolą decydenta. Zmienna zależna w modelu deterministycznym przyjmuje jedną wartość, a w modelu stochastycznym zmienna zależna jest jedną z możliwych realizacji rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej zależnej. W praktyce modelowania

¹ Warto zauważyć, że omawiana w niniejszym artykule koncepcja klasyfikacji modeli gotówki ma uniwersalne zastosowanie w metodologii badań naukowych, ponieważ każda zmienna będąca przedmiotem modelowania może być rozpatrywana w takiej przestrzeni, a jej rozważanie kolejno od I do VIII wierzchołka prostopadłościanu z rys. 1 porządkuje proces zdobywania wiedzy o badanych zjawiskach.

finansowego można spotkać dwa odmienne podejścia do modelowania: (i) dominujące w literaturze z obszaru finansów przedsiębiorstw (zob. np. Brigham i.in. 2008, s. 431) polega na budowie modelu deterministycznego, a następnie uwzględnieniu składnika losowego w modelu w drodze symulacji, oraz (ii) dominującego w ekonometrii (zob. np. *Ekonometria* 2002, s. 189) polega na budowie modelu stochastycznego, a następnie rezygnacji ze stochastycznego charakteru modelu na rzecz modelu deterministycznego, w którym parametry są traktowane jak liczby w zwykłym sensie (tj. nie jako zmienne losowe).



Rysunek 1. Klasyfikacja modeli gotówki

Źródło: opracowanie własne.

Rzeczywistość, z czym trudno jest się nie zgodzić, jest stochastyczna. Model dobrze opisujący rzeczywistość jest modelem stochastycznym. Wydaje się, że najbliższy rzeczywistości jest obraz uzyskany na podstawie modeli z grupy VII i VIII, a obraz uzyskany na podstawie modeli z grupy I i II zawiera najwięcej uproszczeń opisywanej rzeczywistości, wynikający szczególnie z ograniczonej liczby obserwacji. W skrajnym przypadku, gdy badamy jedną jednostkę statystyczną, w wierzchołku I na rys. 1 znajduje się jedna obserwacja, co uniemożliwia wyciąganie jakichkolwiek ogólnych wniosków. Aby zwiększyć prawomocność wniosków wyciąganych z modeli, w tym szczególnie z modelu statycznego, a także aby móc wykorzystać do budowy modeli metody statystyczne, modele budowane są na podstawie danych przekrojowych, tj. zawierających obserwacje cech więcej niż jednej jednostki statystycznej. Przy badaniach przekrojowych jednowymiarowe modele statyczne budowane są na podstawie danych zgrupowanych w jednowymiarowy szereg przekrojowy,

a wielowymiarowe modele statyczne budowane są na podstawie danych zgrupowanych w wielowymiarowy szereg przekrojowy. Z kolei jednowymiarowe oraz wielowymiarowe modele dynamiczne budowane są (i) albo na podstawie szeregów czasowych, tj. odpowiednio jedno- i wielowymiarowego szeregu czasowego, (ii) albo na podstawie szeregów czasowo-przekrojowych, tj. odpowiednio jedno- i wielowymiarowego szeregu czasowo-przekrojowego.

Współcześnie dominują dwa podstawowe nurty badań w obszarze modelowania gotówki w przedsiębiorstwie, tj. badania, których celem jest:

- identyfikacja czynników wpływających na zasoby gotówki i sposobu ich oddziaływania (Kim i in. 1998; Opler i in. 1999; Cheung 2016; Nehrebecka i in. 2015),
- prognoza momentu pojawienia się, czasu trwania oraz wysokości nadwyżki lub niedoboru gotówki w przedsiębiorstwie wraz z określeniem niepewności prognoz (Baumol 1952; Beranek 1963; Miller, Orr 1966; Stone 1972; Blanc 2015).

Badania pierwszego z w/w nurtów bazują na danych przekrojowych. W niniejszym badaniu ograniczono modelowanie gotówki do skali przedsiębiorstwa, czyli nurtu drugiego.

2. Modele gotówki w przedsiębiorstwie

2.1. Modele jednowymiarowe – statyczne – deterministyczne

W tej grupie można znaleźć modele klasyfikujące przepływy pieniężne. W. Beranek (1963, s. 347) dokonał klasyfikacji przepływów pieniężnych netto w rozłączne grupy przepływów związanych z: (i) krótkoterminowym zadłużeniem, (ii) zakupem i sprzedażą krótkoterminowych aktywów finansowych oraz (iii) wszystkimi pozostałymi przepływami związanymi z motywem transakcyjnym. B. Stone i T. Miller (1987, s. 45–46) dokonali klasyfikacji przepływów w dwie grupy: (i) główne przepływy pieniężne stanowiące ok. 50–70% wszystkich przepływów, tj. znaczne przepływy, których nie można trafnie przewidywać na podstawie danych przeszłych, jednak można w krótkim okresie trafnie oszacować ich wielkość na podstawie posiadanych w momencie sporządzania prognozy informacji, np. wysokość raty kredytu, wysokość dywidendy, (ii) pozostałe przepływy dzielone są na indywidualne strumienie, z których każdy charakteryzuje inny wzorzec, tj. moment wystąpienia, wysokość i interwał (*time distributions*). Ostatecznie, najczęściej przyjmowany w modelach finansowych jest podział przepływów pieniężnych zgodny ze wzorem rachunku przepływów pieniężnych, tj. podział na przepływy generowane w działalności operacyjnej, inwestycyjnej i finansowej. Zasady sporządzania tego sprawozdania zostały opisane stosunkowo niedawno, bo w 1987 roku, przez standard nr 95 wydany przez Board of Standards on Accounting w USA.

2.2. Modele jednowymiarowe – statyczne – stochastyczne

W tej grupie znajdują się modele rozkładów prawdopodobieństwa wpływów i wydatków. M. Miller i D. Orr (1966, s. 418–419) założyli, przy konstrukcji swojego modelu zarządzania gotówką, że wpływy i wydatki o wartości oczekiwanej równej m i $-m$ odpowiednio są realizacją niezależnych eksperymentów Bernoulliego z prawdopodobieństwem sukcesu równym $q = 1 - p^2$. Jeśli wpływy i wydatki są realizacją niezależnych eksperymentów to poszczególne wpływy i wydatki są niezależne, a wraz ze wzrostem liczby wpływów i wydatków rozkład przepływów pieniężnych netto dąży do rozkładu normalnego. Podobnie założył S. Archer (1966) wyznaczając minimalny stan rezerwy gotówki poprzez zastosowanie prostej reguły 3 sigm dla rozkładu normalnego. D. White i J. Norman (1965) zaproponowali stochastyczne rozszerzenie deterministycznego wzorca przepływów W. Baumol'a wprowadzając losowe wydatki, które spełniają warunki *i.i.d.* (*independently and identically distributed*), czyli są niezależne i pochodzą z takiego samego rozkładu prawdopodobieństwa, przy czym typ rozkładu jest dowolny. Podobnie N. Girgis (1968), E. Neave (1970), W. Hausman i A. Sanchez-Bell (1975) wprowadzili ogólny dynamiczny model zarządzania gotówką, w którym przepływy pieniężne netto zostały opisane jako *i.i.d.*, natomiast D. Heyman (1973) i R. Vickson (1985) rozluźnili założenie o *i.i.d.* umożliwiając przepływom pieniężnym netto pochodzenie z różnych rozkładów, choć nadal NCF są rozpatrywanej jako niezależne.

2.3. Modele wielowymiarowe – statyczne – deterministyczne

Wielowymiarowe, deterministyczne modele statyczne opisują złożony układ wzajemnych powiązań między zmiennymi wpływającymi na zmienne zależne: wpływy, wydatki oraz gotówkę. Klasycznym przykładem takiego modelu są modele budowane w arkuszach kalkulacyjnych. W modelach tych wyróżnione są następujące typy zmiennych: sterowane – będące pod kontrolą decydenta, niesterowane – nie będące pod kontrolą decydenta oraz sterujące – będące zmiennymi decyzyjnymi. Rolą modelu jest sformalizowany opis wzajemnych relacji między wyżej wymienionymi zmiennymi. Budowa modelu statycznego poprzedza na ogół włączenie do analizy czynnika czasu i przejście do modelu wielowymiarowego, deterministycznego i dynamicznego, a także włączenie składnika losowego i przejście do modeli stochastycznych.

2.4. Modele wielowymiarowe – dynamiczne – deterministyczne

W modelach wielowymiarowych, deterministycznych i dynamicznych ustalony zestaw zmiennych: sterowanych, niesterowanych i sterujących oraz wzajemnych relacji między nimi i powiązań ze zmiennymi zależnymi: wpływami, wydatkami i gotówką jest obrazem posiadanej wiedzy procesie gospodarczym generującym gotówkę w przedsiębiorstwie, zredukowanym poprzez nieuwzględnianie składnika losowego w tym procesie. Wprawienie

modelu w ruch odbywa się poprzez deterministyczne symulacje na modelu polegające na np. podstawianiu kolejnych wartości sprzedaży opisanej deterministyczną funkcją trendu. Choć zastosowanie modelu z uwagi na brak składnika losowego jest bardzo ograniczone to jednak taka analiza ma niewątpliwie niebagatelne znaczenie w poznawaniu i nabieraniu intuicji w zakresie reagowania procesu na zmiany w z góry ustalonym zestawie czynników wpływających na zmienną zależną. Typowym przykładem dynamicznych, wielowymiarowych modeli deterministycznych są budżety gotówki (zob. np. Brigham i.in. 2015, s. 773–775). Podobnie postrzegał problem Y. Orgler (1969), choć rozwiązywał zadanie optymalizacji przy zastosowaniu programowania liniowego oraz V. Srinivasan (1974) z zastosowaniem *transshipment model*.

2.5. Modele wielowymiarowe – statyczne – stochastyczne

Do tej grupy można zaklasyfikować model wspólnego rozkładu prawdopodobieństwa przepływów pieniężnych netto. Takie modelowanie NCF zaproponował W. Beranek (1963, s. 356–357). Wspólny rozkład prawdopodobieństwa powstał po połączeniu niezależnych rozkładów wpływów i wydatków. Źródłem losowości w rozkładzie wpływów było prawdopodobieństwo uzyskania wpływu w określonym czasie następującym po momencie sprzedaży.

2.6. Modele jednowymiarowe – dynamiczne – deterministyczne

W. Baumol (1952, s. 545) zakładał w swoim deterministycznym modelu, że wydatki gotówkowe są stałe i płatne w równych odstępach czasu, a w sumie wynoszą T w całym okresie analizy. Wyczerpującą interpretację zastosowania modelu w zarządzaniu gotówką można znaleźć w pracy (Scherr 1989, s. 125–130). Model Baumol'a odnosi się do sytuacji, gdy przedsiębiorstwo otrzymuje jednorazowo duży wpływ gotówki na początku okresu analizy, a następnie przeznacza osiągnięty wpływ na wydatki gotówkowe o stałej kwocie. Podobne złożenie dotyczące wzorca wpływów i wydatków przyjął niezależnie od W. Baumol'a, J. Tobin (1956), który teoretycznie badał zależność między stanem gotówki a stanem inwestycji w krótkoterminowe aktywa finansowe przy zmianach stopy procentowej. W. Beranek (1963, s. 352–353) rozpatrywał odmienny wzorzec przepływów pieniężnych i wynikający z tego wzorzec gotówki. W. Beranek założył, że wpływy są takiej samej wielkości, a wydatki, będące z natury pod większą kontrolą przedsiębiorstwa niż wpływy, można skumulować i wypłacać w określonych dniach. Praktyka taka jest powszechna np. w handlu wielkopowierzchniowym, także i dziś.

2.7. Modele jednowymiarowe – dynamiczne – stochastyczne

W. Beranek (1963, s. 365–385) wyłożył jako pierwszy zasady dynamicznej analizy przepływów pieniężnych w warunkach ryzyka. Jego modele zarządzania gotówką w warunkach ryzyka zakładały występowanie wspólnych rozkładów prawdopodobieństwa przepływów pieniężnych netto. M. Miller i D. Orr (1966) zapoczątkowali zastosowanie procesów stochastycznych w modelowaniu gotówki. Jeśli wymienione już w artykule przy okazji omawiania statycznych modeli stochastycznych założenia nałożone na losowe wpływy i wydatki są spełnione to szereg czasowy utworzony zgodnie z równaniem (2) będzie realizacją prostego procesu stochastycznego – błądzenia losowego z dryfem. Proces błądzenia losowego charakteryzuje się nieprzewidywalną zmianą kierunku trendu, która następuje po okresach jednokierunkowych zmian w szeregu czasowym, dokładnie tak jak można to zaobserwować w szeregu czasowym gotówki w przedsiębiorstwie. Model błądzenia losowego z dryfem M. Miller'a i D. Orr'a (1966) rozwinęli G. Eppen i E. Fama (1969) do ogólniejszej postaci procesu stochastycznego, w którym każdy krok jest wynikiem losowania z dowolnego dyskretnego rozkładu prawdopodobieństwa, a ostatecznie gotówkę opisali przy pomocy łańcuchów Markowa (Eppen, Fama 1968). G. Eppen i E. Fama dodatkowo poszerzali założenia modelu M. Miller'a i D. Orr'a wprowadzając: (i) koszty transakcyjne proporcjonalne do kwoty transferowanej (Eppen, Fama 1969), (ii) koszty transakcyjne składające się z części stałej oraz zmiennej, proporcjonalnej do kwoty transferowanej (Eppen, Fama 1968), (iii) koszty utrzymywania stanu gotówki oraz koszty wynikające z braku gotówki (Eppen, Fama 1971). H. Daellenbach (1971) rozluźnił założenie G. Eppen'a i E. Fama'y i zezwolił w swoim modelu na niestacjonarny rozkład prawdopodobieństwa NCF. K. Hinderer i K. Waldmann (2001), a następnie F. Gormely i N. Meade (2007) odchodzą całkowicie od założenia o i.i.d. dla przepływów pieniężnych netto i budują stochastyczny model zarządzania gotówką, gdy przepływy pieniężne nie są niezależne oraz nie pochodzą z takiego samego rozkładu prawdopodobieństwa. K. Hinderer i K. Waldmann (2001) stosują łańcuchy Markowa w modelowaniu NCF. Model prognostyczny F. Gormely i N. Meade (2007) przepływów pieniężnych netto to model autoregresyjny zbudowany z zastosowaniem metodologii Box-Jenkins. J. Yao, M. Chen, H. Lu (2006) stosują koncepcję logiki rozmytej do modelowania NCF.

2.8. Modele wielowymiarowe – dynamiczne – stochastyczne

W tej grupie znajdują się modele stochastyczne, które najczęściej powstają poprzez włączenie do wielowymiarowego modelu deterministycznego składnika losowego przy pomocy techniki symulacyjnej Monte Carlo. Wyniki badań empirycznych są rzadko publikowane, można znaleźć nieliczne przykłady zastosowania tego podejścia w praktyce np. (Scott i in. 1979). Modele wielowymiarowe na ogół mają strukturę zbliżoną do rachunku przepływów pieniężnych. P. Bell i D. Parker (1985) postanowili, wobec niewielkiego zainteresowania ze

strony menadżerów modelami zarządzania gotówką (zob. np. badania ankietowe H. Daelenbach (1975)) zastosować odmienną technikę modelowania, tj. budowę takiego modelu, który będzie odzwierciedlał działania menadżera odpowiedzialnego za zarządzanie gotówką (*visual interactive model*). Odmiennie podejście prezentują także w swojej pracy B. Stone i R. Wood (1977) oraz T. Miller i B. Stone (1985, 1987), którzy szacują rozkład prawdopodobieństwa terminów płatności, a następnie z zastosowaniem regresji ze zmiennymi opóźnionymi w czasie (Stone, Wood 1977) oraz regresji danych panelowych (Miller, Stone 1985; Stone, Miller 1987) szacują dzienne przepływy gotówkowe. W kontekście modeli wielowymiarowych można także rozważać problemy zarządzania gotówką przedsiębiorstw międzynarodowych, posiadających wiele jednostek zależnych. Modelowanie przepływów pieniężnych w kontekście *cash pooling* było przedmiotem zainteresowania S. Baccarin (2009). Autor zastosował wielowymiarowy proces Winera do opisu przepływów pieniężnych między kontami podmiotów zależnych, a scentralizowanym kontem całej grupy przedsiębiorstw.

Uwagi końcowe

Celem artykułu była próba usystematyzowania dotychczasowego dorobku nauki w zakresie modelowania gotówki w przedsiębiorstwie. W tym celu dokonano przeglądu literatury krajowej i zagranicznej, a zidentyfikowane modele sklasyfikowano w trójwymiarowej przestrzeni ze względu na: (i) liczbę zmiennych w modelu, (ii) uwzględnienie czynnika czasu, oraz (iii) uwzględnienie stopnia niepewności w modelu.

W modelowaniu gotówki można wyróżnić dwa dominujące skrajne podejścia: deterministyczne i stochastyczne. Występującą w modelowaniu polaryzację podejść krytykowano już od 1969 roku (Orgler 1969). Wówczas to wskazano, że przepływy pieniężne nie są zmienną będącą poza kontrolą menadżerów, z czego wynika że skrajne podejście stochastyczne nie jest uzasadnione w modelowaniu gotówki. Pogląd ten podzielali także (Eppen, Fama 1971; Heyman 1973, a także Stone 1972), którzy budowali modele uwzględniające wzajemne powiązania zmiennych sterowanych i sterujących. Jednak te wspomniane prace dotyczą modeli zarządzania gotówką, a nie modeli gotówki w przedsiębiorstwie. W modelowaniu stochastycznym odejście od z natury nieprawdziwego założenia o *i.i.d.* NCF nastąpiło dopiero w 2001 roku (Hinderer, Waldmann 2001). Od tego czasu obserwuje się postępujące komplikowanie postaci modelu w celu uchwycenia występujących w NCF autokorelacji. To znaczne skomplikowanie rodzi uzasadnione obawy, że modele te nie będą przyjmowały się w praktyce gospodarczej.

Kolejną kwestią jest stosowanie techniki symulacji Monte Carlo, która pozwala na przejście od stosunkowo jasnego dla menadżerów modelu deterministycznego do modelu stochastycznego. Spośród wielu wad symulacji Monte Carlo (zob. np. Brandimarte 2014, s. 3, 30–35) wskazuje się jedną zasadniczą, tj. modelowanie z uwzględnieniem egzogenicznego

składnika losowego, czego skutkiem może być niedopasowanie teoretycznego rozkładu zmiennej zależnej do rozkładu rzeczywistego.

Wobec powyższych wad modelowania gotówki w przedsiębiorstwie, ciekawym może być podejście mieszane tj. deterministyczno-stochastyczne modelowanie gotówki. W podejściu takim w pierwszej kolejności buduje się model deterministyczny, który uwzględnia możliwość sterowania przepływami pieniężnymi przez menadżerów, a w kolejnym kroku następuje stochastyczne modelowanie rzeczywistych odchyleń od wyznaczonego przez menadżerów poziomu referencyjnego. Zbudowany w ten sposób model może spełnić następujące, pożądane z perspektywy jakości modelu i jego użyteczności dla menadżerów, postulaty:

- model gotówki powinien uwzględniać możliwość oddziaływania menadżerów na wysokość wpływów i wydatków, ponieważ gotówka jest zmienną sterowaną,
- model gotówki powinien uwzględniać składnik losowy, ponieważ przepływy pieniężne netto podlegają czynnikom ryzyka,
- wiedza o składniku losowym w modelu gotówki powinna wynikać z danych empirycznych, czyli być endogeniczna w modelu, podczas gdy losowość w metodzie Monte Carlo jest egzogeniczna i nierzadko jest wynikiem czysto teoretycznych założeń.

Literatura

- Archer S.H. (1966). A Model of the Determination of Firm Cash Balances. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1 (1).
- Baccarin S. (2009). Optimal Impulse Control for Multidimensional Cash Management System with Generalized Cost Functions. *European Journal of Operational Research*, 196.
- Barandimarte P. (2014). *Handbook in Monte Carlo Simulation*. Wiley.
- Baumol W.J. (1952). The transactions demand for cash: an inventory theoretic approach. *Quarterly Journal of Economics*, LXV (4).
- Bell P.C., Parker D.C. (1985). Developing a Visual Interactive Model for Corporate Cash Management. *The Journal of the Operational Research Society*, 36 (9).
- Beranek W. (1963). *Analysis of Financial Decisions*. Homewood, Illinois.
- Blanc S.M., Setzer T. (2015). Analytical debiasing of corporate cash flow forecasts. *European Journal of Operational Research*, 243.
- Brigham E.F., Ehrhardt M.C. (2008). *Financial Management*. Thomson Learning.
- Cheung A. (2016). Corporate Social Responsibility and Corporate Cash Holdings. *Journal of Corporate Finance*, <http://dx.doi.org/10.1016/j.jcorpfin.2016.01.008>.
- Daellenbach H.G. (1971). A Stochastic Cash Balance Model with Two Sources of Short-Term Funds. *International Economic Review*, 12 (2).
- Daellenbach H.G. (1975). How Widely are Cash Management Optimization Models Used. *Interfaces*, 5 (2).
- Ekonometria* (2002), J. Dziechciarz (red.). Wrocław: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu.
- Emery G.W. (1981). Some Empirical Evidence on the Properties of Daily Cash Flow. *Financial Management*, Spring.
- Eppen G.D., Fama E.F. (1968). Solutions for Cash-Balance and Simple Dynamic Portfolio Problems. *The Journal of Business*, 41 (1).
- Eppen G.D., Fama E.F. (1969). Cash Balance and Simple Dynamic Portfolio with Proportional Costs. *International Economic Review*, 10 (2).
- Eppen G.D., Fama E.F. (1971). Three Asset Cash Balance and Dynamic-Portfolio Problems. *Management Science*, 17 (5).

- Gentry J.A. (1988). State of the Art of Short-Run Financial Management. *Financial Management*, Summer.
- Gormely F.M., Meade N. (2007). The utility of cash flow forecasts in the management of corporate cash balances. *European Journal of Operational Research*, 182.
- Gregory G. (1976). Cash Flow Models: A Review. *Omega*, 4 (6).
- Grigs N.M. (1968). Optimal Cash Balance Levels. *Management Science*, 15 (3).
- Hausman W.H., Sanchez-Bell A. (1975). The Stochastic Cash Balance Problem with Average Compensating-Balance Requirements. *Management Science*, 21 (8).
- Heyman D.P. (1973). A Model for Cash Balance Management. *Management Science*, 19 (12).
- Hinderer K., Waldmann K.H. (2001). Cash Management in a randomly varying environment. *European Journal of Operational Research*, 130.
- Kim C.S., Mauer D.C., Sherman A.E. (1998). The Determinants of Corporate Liquidity: Theory and Evidence. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 33 (3).
- Miller M.H., Orr D. (1986). A Model of The Demand for Money by Firms. *Quarterly Journal of Economics*, 80 (3).
- Miller T.W., Stone B.K. (1985). Daily Cash Forecasting and Seasonal Resolution: Alternative Models and Techniques for Using the Distribution Approach. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 20 (3).
- Moraes M.B., Nagano M., Sobreiro V. (2015). Stochastic Cash Flow Management Models: A Literature Review Since the 1980s. *Decision Models in Engineering and Management*, Springer, Switzerland.
- Neave E.H. (1970). The Stochastic Cash Balance Problem with Fixed Costs for Increases and Decreases. *Management Science*, 16 (7).
- Nehrebecka N., Białek-Jaworska A., Brzozowski M. (2015). Determinanty oszczędności przedsiębiorstw i ich wpływ na sytuację makroekonomiczną Polski w latach 1995–2012. *Materiały i Studia*, 319, NBP.
- Opler T., Pinkowitz L., Stultz R., Williamson R. (1999). The determinants and implications of corporate cash holdings. *Journal of Financial Economics*, 52.
- Orgler Y.E. (1969). An Unequal-Period Model for Cash Management Decisions. *Management Science*, 16 (2).
- Scherr F.C. (1989). *Modern Working Capital Management*, Prentice-Hall.
- Scott D.F., Moore L., Saint-Denis A., Archer E., Taylor B.W. (1979). Implementation of a Cash Budget Simulator at Air Canada. *Financial Management*, Summer.
- Srinivasan V. (1974). A Transshipment Model for Cash Management Decisions. *Management Science*, 20 (10).
- Srinivasan V., Kim Y.H. (1986). Deterministic cash flow management: State of the art. And research directions. *Omega*, 14 (2).
- Stone B.K. (1972). The use of forecasts and smoothing in control-limit models for cash management. *Financial Management*, Spring.
- Stone B.K., Miller T.W. (1987). Daily Cash Forecasting with Multiplicative models of Cash Flow Patterns. *Financial Management*, Winter.
- Stone B.K., Wood R.A. (1977). Daily Cash Forecasting: A Simple Method for Implementing the Distribution Approach. *Financial Management*, Fall.
- Tobin J. (1956). The Interest-Elasticity of Transactions Demand For Cash. *The Review of Economics and Statistics*, 38 (3).
- Vickson R.G. (1985). Simple Optimal Policy for Cash Management: The Average Balance Requirement Case. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 20 (3).
- White D.J., Norman J.M. (1965). Control of Cash Reserves. *Operational Research Quarterly*, 16 (3).
- Yao J., Chen M., Lu H. (2006). A fuzzy stochastic model for cash management. *European Journal of Operational Research*, 170.

CASH BALANCE MODELLING – A REVIEW

Abstract: *Purpose* – To give state of the art on cash balance modelling, based on literature considering cash management models.

Design/methodology/approach – Cash balance forecasting is absent in the mainstream of corporate finance, however there is no doubt about the necessity of cash forecasting for cash management purpose. In the face of the limited literature this paper reviews a relevant literature on cash management. All cash management models are nested in *a priori* assumed pattern of cash flows. The particular cash models are identified and next classified in three dimension problem-space regarding: (i) no. of explanatory variables included in the model, (ii) time dimension included in the model, and (iii) inclusion of uncertainty in the model.

Findings – The available knowledge on modelling cash balance is ordered, few drawbacks of the applied approaches to cash balance modelling are listed and a directions for future research are specified.

Originality/value – To the best of my knowledge such a review is absent in polish literature, previous reviews published in English include papers of: (Gregory 1976; Srinivasan, Kim 1986; Moraes et al. 2015).

Keywords: cash balance model, net cash flows

Cytowanie

Szpulak A. (2016). Modele gotówki w przedsiębiorstwie – przegląd literatury. *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia*, 4 (82/1), 509–520. DOI: 10.18276/frfu.2016.4.82/1-42.