**Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia nr 1/2017 (85)**

DOI: 10.18276/frfu.2017.1.85-09 s. 105–117

# Rekonstrukcja koncepcji DFL M.H. Millera z wykładu noblowskiego i paradoksu dźwigniowego T. Berenta

**Jarosław Mielcarek***

**Streszczenie:** *Cel* – Celami artykułu było stwierdzenie, czy Miller i Berent przedstawiają swoje przykłady liczbowe w ramach tego samego modelu, czy są to modele różne, wyjaśnienie dla przykładu Millera, dlaczego funkcja DFL jest funkcją nieliniową, dlaczego relacja między ROE a ROIC jest wielkością zmienną oraz dlaczego relacja między przyrostami ROE i ROIC jest wielkością stałą. Dla przykładu Berenta celem było wykazanie, że paradoks dźwigniowy nie istnieje. Celami niższego rzędu było wykazanie, że można określić jednoznacznie dla danego ROIC i struktury kapitału wielkość ROE, oraz że można jednoznacznie określić relację przyrostów ROE i dźwigni finansowej dla dowolnej struktury kapitału, a także wykazanie, że dla dowolnej stopy zmian DF można jednoznacznie określić stopę zmian ROE.

*Metodologia badania* – Modelami, w ramach których Miller i Berent przedstawiają swoje przykłady liczbowe, były model rachunkowości zarządczej i model mieszany. Badając przykład Millera, posłużono się liniową funkcją EBT o zmiennej elastyczności, funkcją mnożnika ROE oraz funkcją relacji między przyrostami ROE i ROIC. Badając przykład Berenta, użyto funkcję mnożnika ROE, funkcję relacji przyrostów ROE i DF oraz funkcję mnożnika kapitałowego.

*Wynik* – Koncepcja paradoksu dźwigniowego Berenta i koncepcja DFL Millera są przedstawiane odpowiednio w ramach modelu rachunkowości zarządczej i modelu mieszanego i są zatem koncepcjami o różnym zasięgu przedmiotowym. Dla przykładu Millera wyjaśniono, że funkcja DFL jest funkcją nieliniową, ponieważ liniowa funkcja EBT jest funkcją o zmiennej elastyczności, a także wyjaśniono kształtowanie się relacji między ROE a ROIC dla dowolnej wielkości ROIC za pomocą liniowej funkcji mnożnika ROE oraz wyjaśniono, że relacja przyrostów ROE i ROIC jest stała dla dowolnej, początkowej wielkości ROIC i równa się DF. Dla przykładu liczbowego Berenta wykazano, że można określić funkcję mnożnika ROE i na jej podstawie określić jednoznacznie dla danego ROIC i struktury kapitału wielkość ROE, a także wykazano, że istnieje funkcja stałych relacji przyrostów ROE i dźwigni finansowej dla dowolnej struktury kapitału i jest nią różnica między ROIC i oprocentowaniem kapitału obcego oraz wykazano, że za pomocą funkcji mnożnika kapitałowego dla dowolnej stopy zmian DF można jednoznacznie określić stopę zmian ROE i na tej podstawie wykazano, że paradoks dźwigniowy nie istnieje.

*Oryginalność/wartość* – Wyniki osiągnięte w artykule mają charakter innowacyjny teoretycznie i praktycznie. Szczególne znaczenie ma wykazanie, że paradoks dźwigniowy nie istnieje oraz że zależność DFL od warunków początkowych wynika z tego, że funkcja liniowa EBT jest funkcją o zmiennej elastyczności.

**Słowa kluczowe:** dźwignia finansowa, stopień dźwigni finansowej, paradoks dźwigniowy, mnożnik ROE, mnożnik kapitałowy, model rachunkowości zarządczej, model mieszany

* dr hab. Jarosław Mielcarek, prof. WSB w Poznaniu, e-mail: jaroslaw.mielcarek@wsb.poznan.pl.

## Wprowadzenie

Zarówno Miller (1991, s. 482), jak i Berent (2013, s. 17) zajmowali się odpowiednio zagadnieniem DFL i paradoksu dźwigniowego przedstawiając przykłady liczbowy. Powstaje zatem pytanie o status naukowy tych przykładów. Jeżeli przyjmiemy pogląd, że przykład liczbowy jest w ekonomii odpowiednikiem eksperymentu w fizyce (Mielcarek, 2005, s. 67–71), to należy wtedy uznać, że dochodzi za pomocą takiej metody do tworzenia swoistych faktów oraz wyjaśniania za pomocą tych faktów. Według R. Carnapa „wyjaśnianie przez fakty jest zakamuflowanym wyjaśnianiem przez prawa" (Carnap, 2000, s. 14). Niezbędne staje się zrekonstruowanie prawidłowości, które umożliwiają sformułowanie „wyjaśnienia przez fakty". Cele artykułu zostaną podane w omówieniu procedur badawczych, zastosowanych w artykule. Użyte narzędzia badawcze zostaną również opisane w ten sposób.

Z przyjęcia poglądu, że nie ma poznania bezzałożeniowego, wynika wniosek, że pierwszym krokiem w rekonstrukcji prawidłowości[1], które kryją się za przykładem liczbowym, jest podanie założeń, które najczęściej *implicite* przyjmuje autor przykładu. Powstaje problem, czy Miller i Berent przedstawiają swoje przykłady liczbowe w ramach tego samego modelu, czy są to modele różne. Wyróżnione zostaną zatem dwa modele, które posłużą, po pierwsze, do rozstrzygnięcia powyższego problemu i po drugie, do badania w ich ramach tych przykładów liczbowych (Mielcarek, 2014, s. 371–386). Są nimi model rachunkowości zarządczej i model mieszany – rachunkowości zarządczej i finansów.

Rekonstrukcja prawidłowości, z których wynika przykład liczbowy Millera zostanie przeprowadzona za pomocą specyficznej procedury, składającej się z trzech kroków. W pierwszym zostanie wyjaśnione, dlaczego funkcja DFL jest funkcją nieliniową i w związku z tym dlaczego podanemu przez Millera spadkowi rentowności zainwestowanego kapitału (ROIC) towarzyszy większy spadek rentowności kapitału własnego (ROE). W drugim zostanie wyjaśnione za pomocą mnożnika ROE kształtowanie się relacji między ROE a ROIC dla dowolnej wielkości ROIC. W trzecim – dlaczego relacja przyrostów ROE i ROIC jest stała dla dowolnej, początkowej wielkości ROIC.

Rekonstrukcja prawidłowości, z której wynika przykład liczbowy Berenta, opisujący paradoks dźwigniowy, będzie miała inny charakter. Jej celem będzie wykazanie, że paradoks dźwigniowy nie istnieje. Taki cel ma istotne znaczenie, bowiem Berent używa paradoksu dźwigniowego jako argumentu przeciwko posługiwaniu się DFL. Zastosowana zostanie procedura, składająca się również z trzech kroków. W pierwszym zostanie wykazane, że można określić funkcję mnożnika ROE i na jej podstawie określić jednoznacznie dla danego ROIC i struktury kapitału wielkość ROE. W drugim zostanie wykazane, że istnieje funkcja stałych relacji przyrostów ROE i dźwigni finansowej (DF) dla dowolnej struktury kapitału. W trzecim – że w przykładzie Berenta odpowiednikiem DFL z przykładu Millera jest mnożnik kapitałowy (MK), za pomocą którego dla dowolnej stopy zmian DF można jednoznacznie określić stopę zmian ROE.

[1] Więcej na temat rekonstrukcji teorii zob. Mielcarek (2005), s. 58–67.

## 1. Przykład liczbowy Millera

Przykład ten należy rozpatrywać w ramach modelu rachunkowości zarządczej (w skrócie MRZ), w którym jedyną zmienną niezależną jest ROIC (Mielcarek, 2014, s. 372–379). Miller przyjmuje *implicite* założenia modelu rachunkowości zarządczej (Mielcarek, 2014, s. 372). Warunki początkowe, przyjmowane przez niego w przykładzie liczbowym, podano w tabeli 1.

**Tabela 1**

Warunki początkowe w przykładzie Millera

| Wyszczególnienie | Wielkość |
|---|---|
| Wskaźnik zadłużenie/kapitał własny | 1 |
| Wskaźnik zainwestowany kapitał/kapitał własny | 2 |
| Oprocentowanie kapitału obcego $i$ (%) | 10 |
| ROIC (%) | 20 |

Źródło: Miller (1992), s. 482.

### 1.1. Funkcja stopnia dźwigni finansowej

Na podstawie tych założeń i warunków początkowych Miller podaje, że ROE wynosi 30%. Jak można określić tę wielkość? Po pierwsze, obliczenie to oparte jest na przyjęciu przez niego *implicite*, że zysk przed opodatkowaniem jest funkcją liniową zysku operacyjnego:

$$EBT = EBIT - I \tag{1}$$

gdzie:
$EBT$ – zysk przed opodatkowaniem,
$EBIT$ – zysk operacyjny,
$I$ – koszt kapitału obcego.

Funkcja liniowa (1) ma następujące parametry:
– współczynnik kierunkowy

$$a = I \tag{2}$$

– wyraz wolny

$$b = -I \tag{3}$$

Wykażemy, że funkcja liniowa (1) o współczynniku kierunkowym równym jeden i wyrazie wolnym różnym od zera jest funkcją o zmiennej elastyczności EBT względem EBIT. Elastyczność funkcji jest definiowana za pomocą formuły (Chiang, 1974, s. 202; Kryński, 1976, s. 164–165):

$$e = \frac{dy}{dx}\frac{x}{y} \tag{4}$$

gdzie:

*e* – współczynnik elastyczności funkcji *y* względem zmiennej niezależnej *x*,
*dy/dx* – pierwsza pochodna funkcji *y*.

Dla funkcji (1) zapis formuły na elastyczność EBT względem EBIT będzie wyglądał następująco:

$$e_{EBT} = DFL = EBT'\frac{EBIT}{EBT} \tag{5}$$

gdzie:

$e_{EBT}$ – współczynnik elastyczności EBT względem EBIT,
*DFL* – stopień (poziom) dźwigni finansowej,
*EBT'* – pierwsza pochodna funkcji EBT.

Ponieważ pierwsza pochodna funkcji EBT jest równa jeden, to stopień dźwigni finansowej dla funkcji (1) możemy zapisać jako

$$e_{EBT} = DFL = 1\frac{EBIT}{EBIT - I} = \frac{1}{1 - \frac{I}{EBIT}} = \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{1}{DF}\right)\frac{i}{ROIC}} \tag{6}$$

gdzie:

*DF* – dźwignia finansowa,
*ROIC* – rentowność zainwestowanego kapitału,
*i* – oprocentowanie kapitału obcego.

Stopień dźwigni finansowej jest równy relacji EBIT do EBT. Dla ROIC większego od *i* funkcja (6) jest częścią malejącej, dodatniej gałęzi hiperboli, znajdującej się na prawo od punktu zrównania się ROIC z *i*. Warto jeszcze raz podkreślić, że za pomocą (6) wykazaliśmy, że funkcja EBT jest szczególnym przypadkiem funkcji liniowej o współczynniku kierunkowym równym jeden i wyrazie wolnym różnym od zera, która charakteryzuje się zmienną elastycznością EBT względem EBIT[2]. W ten sposób zostało wyjaśnione, dlaczego DFL jest funkcją zmienną w zależności od wysokości ROIC.

## 1.2. Funkcja mnożnika ROE

Kolejną konsekwencją przyjęcia liniowej funkcji (1) jest to, że mnożnikiem ROE, który określa ile razy ROE jest większe od ROIC jest relacja dźwigni finansowej do stopnia dźwigni finansowej:

[2] Istnieją oczywiście funkcje o stałej elastyczności.

$$m_{ROE} = \frac{DF}{DFL} \tag{7}$$

bowiem

$$ROE = \frac{EBIT - I}{E} = \frac{EBIT - I}{E}\frac{EBIT}{EBIT}\frac{K}{K} = \frac{EBIT - I}{EBIT}\frac{EBIT}{K}\frac{K}{E} = \frac{DF}{DFL}ROIC \tag{8}$$

gdzie $m_{ROE}$ to mnożnik ROE.

W formule (8) jedyną niewiadomą jest DFL. Jej wielkość, obliczona dla przykładu Millera za pomocą formuły (6) i danych początkowych z tabeli 1 wynosi 4/3.

Podstawiamy brakującą wielkość DFL do (8) i otrzymujemy, że dla ROIC równego 20% ROE wynosi 30% i taką wartość tego współczynnika podaje w swoim przykładzie Miller.

Jeżeli podstawimy (6) do (7), to funkcja mnożnika ROE przyjmie postać

$$m_{ROE} = \frac{DF}{DFL} = \frac{DF}{\dfrac{1}{1-\left(1-\dfrac{1}{DF}\right)\dfrac{i}{ROIC}}} = \left(1 - DF\right)\frac{i}{ROIC} + DF \tag{9}$$

Funkcja mnożnika (9) jest krzywoliniową funkcją rosnącą, która ma górną asymptotę określoną przez DF. Dla przykładu liczbowego Millera wielkość ta wynosi 2. Natomiast dla ROIC równego *i* jej wartość jest równa 1. Mnożnik dla wartości ROIC większych od *i* zawarty jest w przedziale

$$1 < m_{ROE} < DF \tag{10}$$

Miller w przykładzie liczbowy obniża ROIC i podaje nową wielkość ROE. Obliczenie nowej wielkości ROE pod wpływem spadku ROIC przeprowadzono w tabeli 2.

**Tabela 2**

Zmiana ROE pod wpływem zmiany ROIC

| Wyszczególnienie | ROIC (%) | Mnożnik | ROE (%) | DFL |
|---|---|---|---|---|
| Dane początkowe | 20 | 1,5 | 30 | 1,33333 |
| Zmienione ROIC i ROE | 15 | 1,3333 | 20 | 1,5 |
| Stopy wzrostu ROIC i ROE | –25,00 | | –33,33 | |

Źródło: opracowanie własne na podstawie Miller (1992), s. 482.

Dla ROIC wynoszącego 15% mnożnik ROE wynosi 1,33 i w związku z tym ROE jest równe 20%. Miller poprawnie podaje, że spadek ROIC o 25% wywołuje spadek ROE o 33,33%. Innym sposobem niż w tabeli 2 obliczenia stopy spadku ROE, który da identyczny wynik jest posłużenie się DFL:

$$d_{ROE} = d_{ROIC}DFL = -0,25 \times 1,3333 = -0,3333 \qquad (11)$$

gdzie:

$d_{ROE}$ – stopa wzrostu ROE,

$d_{ROIC}$ – stopa wzrostu ROIC.

Berent krytykuje DFL wskazując, że dla zmiennej bazy (warunków początkowych) DFL ulega zmianie, mimo że struktura kapitału nie uległa zmianie. Po pierwsze wynika to z liniowości funkcji EBT (1), która jest funkcją o zmiennej elastyczności. Drugim argumentem za poprawnością takiego podejścia jest to, że w MRZ dana struktura kapitału jest tym bardziej ryzykowna, im bardziej ROIC jest niższe.

### 1.3. Funkcja relacji przyrostów ROE i ROIC

Berent dokonuje badania relacji przyrostów (odchyleń od różnych warunków początkowych) ROIC i ROE w punktach procentowych. W tabeli 5 z przykładami liczbowymi pokazano, że relacja ta jest stała i równa 2 (Berent, 2015, s. 359):

$$\frac{\Delta ROE}{\Delta ROIC} = 2 \qquad (12)$$

Berent posłużył się w swoich przykładach liczbowych zmienionymi, początkowymi stopami rentowności, podanymi przez Millera. Również dla tych scenariuszy z odmiennymi stopami rentowności początkowymi i końcowymi relacje w punktach procentowych przyrostów (12) są stałe i równe 2.

Udzielmy odpowiedzi na pytanie, dlaczego tak się dzieje. Funkcja ROE z wykorzystaniem mnożnika ROE (11) przedstawia się następująco:

$$ROE = m_{ROE}ROIC = DF\ ROIC - (DF - 1)i \qquad (13)$$

Jest to funkcja liniowa o współczynniku kierunkowym równym DF i ujemnym wyrazie wolnym, określonym przez iloczyn oprocentowania kapitału obcego i DF pomniejszonej o jeden.

Relację (12) przyrostów rentowności ROE i ROIC możemy określić obliczając pierwszą pochodną (13):

$$ROE' = DF \qquad (14)$$

Dla funkcji liniowej (13) relacja ta jest stała i równa współczynnikowi kierunkowemu tej funkcji, czyli DF. Z tego powodu w scenariuszach podanych przez Berenta dla wartości końcowych z przykładu Millera relacja (12) równa się 2, czyli wielkości stałej DF z tabeli 1.

Niezbędne jest również udzielenie odpowiedzi na pytanie, jaka jest elastyczność funkcji liniowej (13) względem ROIC:

$$e_{ROE} = ROE'\frac{ROIC}{ROE} = DF\frac{ROIC}{DF\ ROIC + (1-DF)i} = DF\frac{1}{DF + (1-DF)\frac{i}{ROIC}} \tag{15}$$

gdzie $e_{ROE}$ to współczynnik elastyczności ROE względem ROIC.

Współczynnik elastyczności jest równy iloczynowi relacji przyrostów ROE i ROIC (14) oraz odwrotności relacji ROIC do ROE (9) dla warunków początkowych. Ten pierwszy czynnik pokazuje, jak zmieni się stopa wynagradzania kapitału własnego pod wpływem zmian stopy rentowności zainwestowanego kapitału. Wielkość ta jest stała dla funkcji liniowej i równa dźwigni finansowej niezależnie od przyjętych warunków początkowych i wielkości zmiany stopy rentowności kapitału własnego. Drugi czynnik jest funkcją homograficzną, określoną przez rentowność zainwestowanego kapitału jako zmienną niezależną wynikającą z warunków początkowych oraz przez stałe parametry, którymi są dźwignia finansowa i oprocentowanie kapitału obcego.

Na podstawie (9) i (15) możemy stwierdzić, że współczynnik elastyczności ROE względem ROIC równa się relacji dźwigni finansowej do mnożnika ROE. Po przekształceniu (15) otrzymujemy

$$e_{ROE} = \frac{DF}{m_{ROE}} = \frac{DF}{DF + (1-DF)\frac{i}{ROIC}} = \frac{1}{1-\left(1-\frac{1}{DF}\right)\frac{i}{ROIC}} = DFL \tag{16}$$

Porównanie (16) z (5) pozwala na wyciągnięcie wniosku, że elastyczność liniowej funkcji EBT (1) i liniowej funkcji ROE (13) jest taka sama i równa się DFL

$$e_{EBT} = e_{ROE} = DFL \tag{17}$$

Zgodnie z (7) współczynnik elastyczności ROE względem ROIC jest stopniem dźwigni finansowej, czyli

$$DFL = \frac{DF}{m_{ROE}} = \frac{d_{ROE}}{d_{ROIC}} \tag{18}$$

a relacja stopy wzrostu ROE do stopy wzrostu ROIC jest określona przez iloczyn dźwigni finansowej, uwzględniającej strukturę kapitału oraz odwrotności mnożnika ROE, uwzględniającego warunki początkowe. Ponieważ badane są relacje stóp wzrostu ROE i ROIC, to nie można pominąć w (18) wpływu warunków początkowych, bowiem stopy wzrostu są zawsze liczone względem danych warunków początkowych.

Podsumowując, jeżeli badamy relacje przyrostów ROE i ROIC, to są to wielkości stałe i równe dźwigni finansowej, która jest określona przez strukturę kapitału. Taka jest bowiem wielkość pierwszej pochodnej funkcji liniowej ROE (15). Jeżeli badamy stopy wzrostu ROE i ROIC, to relacja ta jest wielkością zmienną, wynikającą nie tylko z dźwigni finansowej, ale również z odwrotności mnożnika ROE, który jest funkcją rosnącą o górnej granicy, wyznaczonej przez DF dla ROIC zmierzającego do nieskończoności. Zatem DFL jest zawsze większe od 1 dla ROIC większego od *i*. Zależność między ROIC i *i* pozwala dla całego, występującego w praktyce przedziału zmienności ROIC wyróżnić dwa podprzedziały. Dla ROIC większego od *i* oraz długu większego od zera działa dźwignia finansowa, czyli wzrost długu wywołuje wzrost ROE, a spadek długu wywołuje spadek ROE. Dla ROIC mniejszego od *i* oraz długu większego od zera działa maczuga finansowa, czyli wzrost długu wywołuje spadek ROE, a spadek długu wywołuje wzrost ROE. W tym artykule przedmiotem badania jest tylko dźwignia finansowa.

## 2. Rekonstrukcja paradoksu dźwigniowego

Berent przeciwstawia przykładowi Millera przykład własny, w którym jedyną zmienną niezależną przestaje być ROIC, a staje się nią dźwignia finansowa, czyli struktura kapitału. Oznacza to, że przechodzi on *implicite* od modelu rachunkowości zarządczej do modelu mieszanego – rachunkowości zarządczej i finansów, w skrócie MM (Mielcarek, 2014, s. 379–384)[3]. W ramach odmiennego modelu stawia zarzuty dotyczące posługiwania się DFL, wskazując na istnienie paradoksu dźwigniowego. Berent w ten sposób charakteryzuje paradoks dźwigniowy: „Polega on na niemożności udzielenia jednoznacznej odpowiedzi na proste pytanie. Firma finansująca się w całości kapitałem własnym doświadcza wzrostu swojej wartości np. o 10% [ROIC = ROE = 10% – dop. autora]. Ile razy większa byłaby zmiana wartości kapitału własnego firmy, gdyby zamiast określonej części kapitału własnego dysponowała ona długiem?” (Berent, 2013, s. 17). Przyjmijmy dodatkowo, że oprocentowanie kapitału obcego wynosi 5%.

Czy rozumowanie to jest poprawne? Przypomnijmy funkcję EBT:

$$EBT = EBIT - I \tag{19}$$

W przykładzie liczbowym Berenta, który ilustruje paradoks dźwigniowy, EBIT jest *constans* na skutek przyjęcia założenia, że jedyną zmienną niezależną jest struktura kapitału, a jej zmiana nie oddziałuje na EBIT. W związku z tym wrażliwość EBT względem zmian EBIT jest równa nieskończoności, a funkcja (19) jest doskonale elastyczna:

$$DFL = e_{EBT} = \frac{\Delta EBT}{\Delta EBIT}\frac{EBIT}{EBT} \tag{20}$$

Ponieważ EBIT jest stały, to jego przyrost jest zerowy i w (23) dochodzi do dzielenia przez zero, czyli jest to wartość nieokreślona. W analizie elastyczności przyjmuje się, że dla prostej równoległej do osi 0x wielkość (20) jest równa nieskończoności i że funkcja EBT jest doskonale elastyczna. Niezależnie od tego, czy DFL jest wielkością nieokreśloną czy

[3] Ze względu na odmienne poprzedniki w twierdzeniach formułowanych w MRZ i MM stają się one nieporównywalne.

równą nieskończoności, posłużenie się DFL uniemożliwia jednoznaczne określenie stopy wzrostu ROE w porównaniu ze stopą wzrostu ROIC. Jeżeli na tej podstawie uznano by, że w MM niemożliwe jest jednoznaczne określenie relacji ROE do ROIC pod wpływem zmian w strukturze kapitału, to taki wniosek byłby niepoprawny. Uzasadnienie tego twierdzenia zostanie przeprowadzone w trzech krokach.

## 2.1. Funkcja mnożnika ROE

W pierwszym kroku zostanie pokazane, że relację ROE do ROIC można określić posługując się funkcją mnożnika ROE (9), którą jednak trzeba przekształcić, uwzględniając zastąpienie ROIC jako zmiennej niezależnej przez DF:

$$m_{ROE} = \left(1 - DF\right)\frac{i}{ROIC} + DF = \frac{ROIC - i}{ROIC} DF + \frac{i}{ROIC} \tag{21}$$

Mnożnik ROE jest funkcją liniową DF. Wielkość ROE, wyliczona za pomocą mnożnika ROE (21), wynosi

$$ROE = m_{ROE} ROIC = \left[\frac{ROIC - i}{ROIC} DF + \frac{i}{ROIC}\right] ROIC = \left(ROIC - i\right) DF + i \tag{22}$$

Jest to funkcja liniowa, której współczynnikiem kierunkowych jest nadwyżka ROIC ponad oprocentowanie kapitału obcego, a wyrazem wolnym jest oprocentowanie kapitału obcego. W tabeli 3 przedstawione jest tablicowanie funkcji mnożnika ROE i wielkości ROE.

**Tabela 3**

Funkcja mnożnika ROE i wielkość ROE

| DF | Mnożnik ROE | ROE (%) |
|---|---|---|
| 1,00 | 1,00 | 10,00 |
| 2,00 | 1,50 | 15,00 |
| 3,00 | 2,00 | 20,00 |
| 4,00 | 2,50 | 25,00 |
| 5,00 | 3,00 | 30,00 |

Źródło: opracowanie własne.

Jeżeli DF, jak w przykładzie Millera, równa się 2 i dla firmy niezadłużonej ROIC jest równy 10%, to mnożnik ROE jest wynosi 1,5 i w związku z tym ROE wynosi 15%. Jeżeli podniesiemy DF do 3, to mnożnik wynosi 2 i ROE równa się 20%. Dla każdej zmiany dźwigni finansowej mnożnik ROE informuje, ile razy ROE jest większe od ROIC dla warunków początkowych. Nie można zatem zaakceptować poglądu, że nie jest możliwe jednoznaczne określenie, ile razy byłoby większe ROE w porównaniu z firmą niezadłużoną, gdyby część kapitału była finansowana długiem. Na podstawie (22) i tabeli 3 można stwierdzić, że paradoks dźwigniowy nie istnieje.

### 2.2. Funkcja relacji przyrostów ROE i DF

W drugim kroku określimy funkcję relacji przyrostów ROE i DF. Funkcja ta jest pierwszą pochodną liniowej funkcji (22):

$$\frac{\Delta ROE}{\Delta DF} = ROE' = ROIC - i \tag{23}$$

Funkcja ta jest stałą, określoną przez współczynnik kierunkowy funkcji ROE (22). Dla danych początkowych różnica ta jest równa 5%. Korzystając z tej wielkości w tabeli 4 przedstawiono tablicowanie liniowej funkcji przyrostów ROE.

**Tabela 4**

Przyrosty ROE (w p.p.)

| Przyrost DF | Relacja przyrost ROE do przyrost DF (%) | Przyrost ROE w punktach procentowych |
|---|---|---|
| 0,00 | 5,00 | 0,00 |
| 1,00 | 5,00 | 5,00 |
| 2,00 | 5,00 | 10,00 |
| 3,00 | 5,00 | 15,00 |
| 4,00 | 5,00 | 20,00 |

Źródło: opracowanie własne.

W tabelach 3 i 4 przedstawiono jednoznaczną odpowiedź na pytanie, jak zachowa się ROE i przyrost ROE pod wpływem wzrostu zadłużenia.

### 2.3. Funkcja mnożnika kapitałowego

W trzecim kroku zostanie wyjaśnione, jak zachowa się ROE w przypadku spadku zadłużenia. Można to wyznaczyć za pomocą dwóch sposobów. Po pierwsze, do udzielenia odpowiedzi wystarczą dane zawarte w tabeli 3. Po drugie, możliwe jest dokonanie tego za pomocą funkcji mnożnika kapitałowego. Użycie mnożnika kapitałowego posłuży do określenia relacji między stopami wzrostu ROE a stopami wzrostu DF. Mnożnik kapitałowy jest współczynnikiem elastyczności ROE względem DF i tym samym jest odpowiednikiem DFL z MRZ[4]. Dla funkcji liniowej (22) jest to iloczyn pierwszej pochodnej ROE i relacji zmiennej niezależnej DF do zmiennej zależnej ROE (22)

$$MK = ROE \frac{DF}{ROE} = (ROIC - i)\frac{DF}{(ROIC - i)DF + i} = \frac{\quad}{\frac{\quad}{(ROIC \quad i)DF}} \tag{24}$$

[4] Należy z tej zamiany wyciągnąć wniosek, że w punkcie 2, poświęconym modelowi mieszanemu, należy we wszystkich formułach zastąpić DFL przez MK (Mielcarek, 2014, s. 379–384).

Mnożnik kapitałowy jest krzywoliniową funkcja rosnącą DF, której dolna wartość dla DF równego jeden z przekształcenia (24) wynosi

$$MK = \frac{ROIC - i}{ROIC} = 1 - \frac{i}{ROIC} \tag{25}$$

MK dla przyjętych w warunkach początkowych ROIC i $i$ równa się 0,5. Funkcja MK ma górną asymptotę dla DF zmierzającego do nieskończoności równą jeden. Uogólniając wartości MK dla ROIC większego od $i$ zawierają się w przedziale

$$0 < MK < 1 \tag{26}$$

W tabeli 5 zaprezentujemy rozwiązanie problemu odwrotnego od zaprezentowanego w paradoksie dźwigniowym. Poszukiwana będzie odpowiedź na pytanie, jak zachowa się ROE w przypadku zmniejszenia się zadłużenia firmy. Rozpatrzone zostaną dwa przypadki całkowitego oddłużenia firmy oraz dwa przypadki częściowego oddłużenia. W każdym z przypadków warunki początkowe są różne. Udzielając odpowiedzi na powyższe pytanie, posłużymy się formułą wykorzystującą mnożnik kapitałowy

$$d_{ROE} = MK\, d_{DF} \tag{27}$$

gdzie $d_{DF}$ to stopa wzrostu DF. Mnożnik kapitałowy informuje o tym, ile procent zmiany ROE przypada na każdy procent zmiany DF względem warunków początkowych.

**Tabela 5**

Cztery przypadki spadku zadłużenia

| DF początkowe | DF końcowe | Stopa spadku DF | ROE początkowe (%) | MK | Stopa spadku ROE | ROE końcowe (%) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 5,00 | 1,00 | –0,8000 | 30,00 | 0,8333 | –0,6667 | 10,00 |
| 2,00 | 1,00 | –0,5000 | 15,00 | 0,6667 | –0,3333 | 10,00 |
| 4,00 | 2,00 | –0,5000 | 25,00 | 0,8000 | –0,4000 | 15,00 |
| 3,00 | 1,50 | –0,5000 | 20,00 | 0,7500 | –0,3750 | 12,50 |

Źródło: opracowanie własne.

Dla dźwigni finansowej wynoszącej 5, ROE – zgodnie z tabelą 3 – wynosi 30%. Za pomocą (27) obliczyliśmy, że dla całkowitego oddłużenia firmy mnożnik kapitałowy wynosi 0,8333 i w rezultacie następuje spadek ROE o 66,67% do wielkości początkowej, wynoszącej w przykładzie Berenta 10%. W przypadku częściowego oddłużenia firmy w przypadku trzecim spadek DF z 4 na 2 wywoła to spadek ROE z 25% do 15%, co zostało określone przez wielkość mnożnika kapitałowego, który wynosi 0,8 dla DF równego 4. Również w przypadkach całkowitego lub częściowego oddłużenia firmy w MM można jednoznacznie określić, posługując się mnożnikiem kapitałowym, ile razy końcowe ROE będzie mniejsze od ROE początkowego.

## Uwagi końcowe

Problemy podjęte w opracowaniu zostały rozwiązane. Na tej podstawie można stwierdzić, że cele artykułu zostały zrealizowane. W kwestii przyjętego modelu przez Millera i Berenta okazało się, że są to różne modele. Miller prowadzi swoje rozważania dotyczące DFL w ramach modelu rachunkowości zarządczej, a Berent w ramach modelu mieszanego, w którym DFL nie istnieje. Koncepcja paradoksu dźwigniowego Berenta i koncepcja DFL Millera są koncepcjami o różnym zasięgu przedmiotowym. Krytykowanie koncepcji DFL Millera na podstawie koncepcji paradoksu dźwigniowego Berenta nie wydaje się poprawne metodologicznie.

Rekonstrukcja prawidłowości, z których wynika przykład liczbowy Millera, została przeprowadzona w trzech krokach. W pierwszym wyjaśniono, że funkcja DFL jest funkcją nieliniową, ponieważ liniowa funkcja EBT jest funkcją o zmiennej elastyczności[5]. W drugim wyjaśniono kształtowanie się relacji między ROE a ROIC dla dowolnej wielkości ROIC za pomocą liniowej funkcji mnożnika ROE. W trzecim wyjaśniono, że relacja przyrostów ROE i ROIC jest stała dla dowolnej, początkowej wielkości ROIC i równa DF.

Rekonstrukcja prawidłowości, z których wynika przykład liczbowy Berenta opisujący paradoks dźwigniowy, została przeprowadzona również w trzech krokach. W pierwszym wykazano, że można określić funkcję mnożnika ROE i na jej podstawie określić jednoznacznie dla danego ROIC i struktury kapitału wielkość ROE. W drugim wykazano, że istnieje funkcja stałych relacji przyrostów ROE i dźwigni finansowej dla dowolnej struktury kapitału i jest nią różnica między ROIC i oprocentowaniem kapitału obcego. W trzecim wykazano, że w przykładzie Berenta odpowiednikiem DFL z przykładu Millera jest mnożnik kapitałowy, za pomocą którego dla dowolnej stopy zmian DF można jednoznacznie określić stopę zmian ROE. Rezultaty osiągnięte w ramach powyższej procedury są podstawą do wyciągnięcia wniosku, że jeden z celów artykułu, którym było wykazanie, że paradoks dźwigniowy nie istnieje, został zrealizowany.

## Literatura

Berent, T. (2013). *Ogólna teoria dźwigni finansowej*. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Szkoły Głównej w Warszawie.

Berent, T. (2015). Miara Millera (wskaźnik DFL) w świetle ogólnej teorii dźwigni finansowej – komentarz do wykładu noblowskiego. *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego*, *854*. *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia*, *65*, 353–362.

Carnap, R. (2000). *Wprowadzenie do filozofii nauk*i. Warszawa: Fundacja Aletheia.

Chiang, A. (1974). *Fundamental Methods of Mathematical Economics*. New York: McGraw-Hill.

[5] Nie każda funkcja liniowa jest funkcją o zmiennej elastyczności.

Kryński, H.E. (1976). *Matematyka dla ekonomistów*. Warszawa: PWN.
Mielcarek, J. (2005). *Teoretyczne podstawy rachunku kosztów i zasobów – koncepcji ABC i ABM*. Poznań: Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu.
Mielcarek, J. (2014). Model rachunkowości zarządczej i model mieszany a poziom dźwigni finansowej. *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego*, *802*. *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia*, *65*, 371–386.
Miller, M.H. (1990). Leverage. *Journal of Finance*, *46* (2), 479–488.

**RECONSTRUCTION OF M.H. MILLER'S DFL CONCEPT IN THE NOBEL MEMORIAL PRIZE LECTURE AND T. BERENT'S LEVERAGE PARADOX**

**Abstract:** *Purpose* – The objectives of the article were to determine whether Miller and Berent present their numeric examples within the same model, whether they are different ones and to explain for Miller's numeric example, why does the DFL is a nonlinear function, why the relationship between ROE and ROIC is a variable, and why the relationship between the increments of ROE and ROIC is a constant. For Berent's numeric example the goal was to demonstrate that the leverage paradox does not exist. Targets of a lower order were to demonstrate that you can specify unequivocally for the ROIC and given capital structure the size of the ROE, and to demonstrate that you can unequivocally specify the relation between increases the ROE and financial leverage for any capital structure, as well as to demonstrate that for any rates of FL change you can uniquely determine the rate of ROE change.
*Design/methodology/approach* – Management accounting model and mixed model is used as the basis for the study of numerical examples. Miller's example is examining by using linear function of the EBT with variable elasticity, function of the ROE multiplier and function of the relationship between the increments of ROE and ROIC. Berent's example was examining by using function of the ROE multiplier, function of the ROE and FL increases relationship and function of the capital multiplier.
*Findings* – The concept of Berent's leverage paradox and Miller's DFLconcept are presented, respectively, in the framework of management accounting model and mixed model and the concepts are therefore of a different object range. For Miller's numeric example is explained that DFL is the nonlinear function, because the linear function of the EBT is a function with variable elasticity and that relationship between ROE and ROIC is determined by linear function of ROE multiplier for any size of ROIC and that the relationship between ROE and ROIC increases was constant for any initial size of ROIC and equal to FL. For Berent's numeric example is proved that ROE multiplier function can be defined and on this basis the size of the ROE for a given ROIC and capital structure determined unequivocally and that there is constant relationship function between ROE and FL increases for any capital structure determined by the difference between ROIC and the interest rate and that with capital multiplier function for any FL rate of change can be uniquely specified the change rate of ROE and, on this basis, it is shown that the leverage paradox does not exist.
*Originality/value* – The findings achieved in the article have the theoretical and practical innovative character. The demonstration that the leverage paradox does not exist and that DFL dependence on initial conditions results from the fact that the EBT linear function is a function of a variable elasticity has a special significance.

**Keywords:** financial leverage, degree of financial leverage, paradox of leverage, ROE multiplier, capital multiplier, management accounting model, mixed model

## Cytowanie

Mielcarek, J. (2017). Rekonstrukcja koncepcji DFL M.H. Millera z wykładu noblowskiego i paradoksu dźwigniowego T. Berenta. *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia*, *1* (85), 105–117. DOI: 10.18276/frfu.2017.1.85-09.