



DOI: 10.18276/sip.2017.50/1-08

**Mariusz Doszyna\***  
**Krzysztof Heberlein\*\***  
Uniwersytet Szczeciński

## PRÓBA MODELOWANIA PRZESTRZENNYCH CZYNNIKÓW WZROSTU GOSPODARCZEGO W PODREGIONACH W POLSCE W 2012 ROKU

### Streszczenie

W artykule zweryfikowana została hipoteza o występowaniu efektów przestrzennych w modelach, w których zmienną objaśnianą jest PKB *per capita*, natomiast zmiennymi objaśniającymi są głównie zmienne wyrażające podstawowe czynniki wzrostu gospodarczego (wartość brutto środków trwałych na zatrudnionego, stopa bezrobocia). Badanie dotyczyło podregionów w Polsce w 2012 roku. Do oszacowania zależności przestrzennych wykorzystano statystykę globalną Morana oraz modele ekonometrii przestrzennej, w których uwzględniane były „opóźnienia” przestrzenne zmiennej objaśnianej lub zmiennych objaśniających. Oszacowano również model z efektami przestrzennymi w resztach modelu. W końcowym etapie badania modele te zostały porównane ze względu na kryteria informacyjne.

**Słowa kluczowe:** ekonometria przestrzenna, wzrost gospodarczy

### Wprowadzenie

Wzrost gospodarczy, wyrażany zazwyczaj poprzez Produkt Krajowy Brutto, wykazuje prawidłowości nie tylko w czasie, lecz również w przestrzeni. Współcześnie mamy do czynienia z nasilającymi się procesami przemieszczania się ludności, ro-

---

\* Adres e-mail: mariusz.doszyn@usz.edu.pl

\*\* Adres e-mail: k.heberlein@wneiz.pl

snącym tempem wymiany różnego rodzaju dóbr (czasem usług), informacji czy kapitału, co przyczynia się do intensywnych oddziaływań w przestrzeni, zwiększając znaczenie analiz z tego zakresu. Procedur badawczych dostarcza rozwijająca się dynamicznie od kilku dziesięcioleci ekonometria i statystyka przestrzenna. Tempo rozwoju tych dziedzin nauki nie byłoby tak znaczące, gdyby nie równoległy, bardzo szybki, rozwój technologii cyfrowych dający znakomite narzędzia do gromadzenia i przetwarzania baz danych o charakterze przestrzennym. Dane takie, oprócz atrybutów przypisanych do danego obiektu, zawierają informacje określające jego położenie. Nie można tu przecenić roli systemów informacji przestrzennej, do których należy między innymi GIS (Geographic Information System). Zajmuje się on nie tylko pozyskiwaniem, gromadzeniem i udostępnianiem danych przestrzennych, ale dzięki zintegrowanemu oprogramowaniu także ich analizą. Jest wiele programów komputerowych służących do analizy danych przestrzennych, między innymi: GeoDa, PySAL, QGIS, 4GL MATLAB czy R CRAN.

Celem artykułu jest zbadanie oddziaływań przestrzennych w kształtowaniu się PKB *per capita* oraz czynników nań wpływających w podregionach w Polsce w 2012 roku. Weryfikowana będzie hipoteza o istotności oddziaływań przestrzennych w zakresie tych zjawisk. Większość obliczeń wykonano, wykorzystując program R CRAN.

## 1. Charakterystyka zmiennych

Badanie przeprowadzono na podstawie danych za 2012 rok<sup>1</sup>. Dla zmiennych przyjęto następujące oznaczenia:

- a) PKB *per capita* ( $y_i$ ) – Produkt Krajowy Brutto w zł na jednego mieszkańca;
- b) ŚR.TR\_Z9 ( $x_{1i}$ ) – wartość brutto środków trwałych w przedsiębiorstwach przypadająca na jednego pracującego (mln zł); dane dotyczą podmiotów gospodarczych, w których liczba pracujących przekracza dziewięć osób;
- c) SB ( $x_{2i}$ ) – stopa bezrobocia rejestrowanego (według stanu na 31 grudnia 2012 r.).

---

<sup>1</sup> Dane (oraz ich opis) pochodzą ze stron GUS (BDL) i uwzględniają standardy ESA 2010 zgodnie z zaleceniami Komisji Europejskiej.

Przy badaniu zależności przestrzennych między regionami w pierwszym rzędzie należy ustalić ich wzajemne położenie. W tym celu, uwzględniając specyfikę interesującego nas zjawiska, trzeba określić rodzaj sąsiedztwa, które w badaniu zostanie wykorzystane. Jest wiele kryteriów, które można zastosować.

W kryterium wspólnej granicy zakładamy, że sąsiadami są tylko te obiekty, które mają wspólną granicę z wybraną jednostką. Przy kryterium odległości do sąsiadów zaliczamy jednostki, między którymi odległość nie przekroczy pewnej ustalonej wartości. Decydując się na kryterium  $k$  – najbliższych sąsiadów – musimy wyznaczyć odległości między jednostkami, a następnie wybrać  $k$  najbliższych względem danej lokalizacji.

Wyżej wymienione kryteria opisują sąsiedztwo rzędu pierwszego. Definiuje się również sąsiedztwa wyższych rzędów. Na przykład do sąsiedztwa rzędu drugiego należą obszary, które spełniają kryterium sąsiedztwa rzędu pierwszego, oraz ich sąsiedzi. W artykule zastosowane zostało kryterium wspólnej granicy z uwzględnieniem wszystkich kierunków interakcji przestrzennej („konfiguracja królowej”<sup>2</sup>), w którym przyjmuje się, że dane jednostki sąsiadują ze sobą, gdy posiadają wspólną granicę choćby w jednym punkcie. Po ustaleniu zbioru sąsiadów informacje te możemy przedstawić w postaci binarnej macierzy sąsiedztwa ( $C$ ). Elementy  $c_{ij}$  tej macierzy są równe 1 w przypadku, gdy obiekty  $i$  oraz  $j$  sąsiadują ze sobą w myśl wcześniej ustalonego kryterium. Wszystkie pozostałe wartości są równe 0, w tym także leżące na głównej przekątnej (przyjmuje się, że dowolna jednostka nie jest dla siebie sąsiadem). W praktyce wykorzystuje się macierz wag, która jest przekształconą formą macierzy sąsiedztwa, najczęściej standaryzowaną wierszami (suma wag w każdym wierszu jest równa 1).

W celu sprawdzenia występowania autokorelacji przestrzennej między obserwacjami w podregionach dla PKB *per capita* wyznaczono dwoma sposobami (randomizacja, klasycznie) globalną statystykę Morana  $I^3$  (rys. 1).

Na rysunku 1<sup>4</sup> przedstawiono rozproszenie opóźnień PKB *per capita*, gdzie tangens kąta między dopasowaną linią a dodatnią częścią osi dla PKB *per capita* jest równy statystyce Morana. Jej dodatni znak informuje o tym, że regiony sąsiadujące

<sup>2</sup> Nazwa nawiązuje do sposobu poruszania się figury po szachownicy w grze w szachy (poziomo, pionowo i po przekątnych). Analogicznie w konfiguracji wieży uwzględniany jest tylko kierunek pionowy i poziomy, a w konfiguracji gońca – wzdłuż przekątnych.

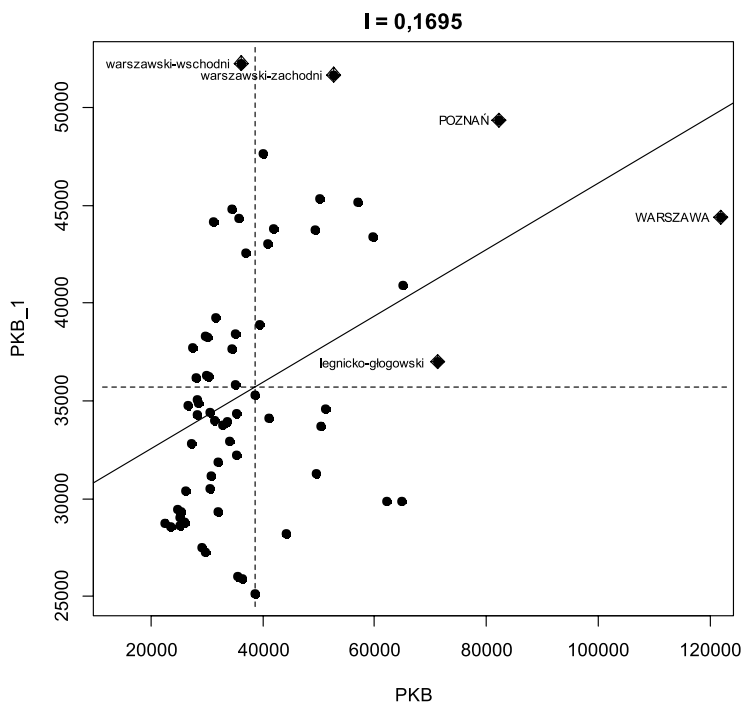
<sup>3</sup> Zob. Suhecki (2010), s. 112. Otrzymana wartość statystyki Morana różni się istotnie od 0 przy poziomie istotności 0,01.

<sup>4</sup> Na osi odciętych odkładamy standaryzowane wartości  $x_i - \bar{x}$ , a na osi rzędnych ich przestrzenne opóźnienia realizowane przez wybraną macierz wag, czyli  $\sum_{j=1}^n w_{ij} (x_i - \bar{x})$ .

ze sobą mają powiązane wartości, czyli w większości przypadków regiony bogatsze, a więc te, które wytwarzają relatywnie wysoki PKB *per capita*, graniczą z regionami bogatszymi (pierwsza ćwiartka układu współrzędnych; rys. 1), a biedniejsze z biedniejszymi (trzecia ćwiartka). Niestety punktów w pierwszej ćwiartce jest dużo mniej niż w trzeciej. Widać, że Poznań i region warszawski-zachodni bardzo mocno wpływają na wzrost PKB *per capita* w regionach sąsiednich.

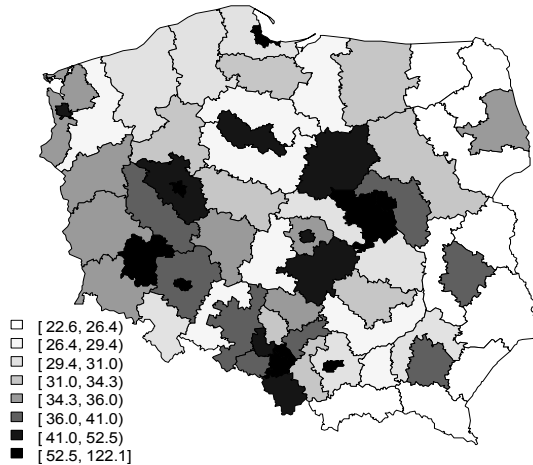
Znakomicie sytuację ilustruje mapa podregionów dla PKB *per capita* przedstawiająca kwantyle z podziałem na osiem klas (rys. 2). Widać na niej również obszary wyróżniające się wytworzonym wysokim PKB *per capita*. Są to regiony wokół Warszawy, Poznania, Wrocławia i Górny Śląsk. Natomiast wartości PKB *per capita* dla regionów leżących w północnej Polsce, z wyjątkiem Szczecina i Trójmiasta, oraz należących do tak zwanej ściany wschodniej są znacząco poniżej średniej krajowej, która dla roku 2012 wynosiła 38,7 tys. zł na osobę.

Rysunek 1. Wykres rozproszenia opóźnionych przestrzennie wartości PKB *per capita* w podregionach w Polsce dla 2012 roku



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Rysunek 2. Mapa podregionów przedstawiająca PKB *per capita* (w tys. zł na osobę) w 2012 roku



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Wyżej wymienione ustalenia dotyczące badanych zmiennych sugerują modelowanie PKB *per capita* z wykorzystaniem efektów przestrzennych.

## 2. Metodyka badania

Literatura dotycząca zarówno zagadnień teoretycznych, jak i zastosowań ekonometrii przestrzennej jest bardzo obszerna. Modele wykorzystane w niniejszym artykule i ich metody estymacji są opisane m.in. w: Suchecki (2010), Anselin, Bera (1998), Arbia (2006), Bivand, Pebesma, Gómez-Rubio (2008), Haining (2005), Kopczevska (2006), LeSage, Pace (2010) i Przybicin (2004). Interakcje przestrzenne co do zasady mogą dotyczyć następujących elementów modelu ekonometrycznego: zmiennej objaśnianej, zmiennych objaśniających oraz składnika losowego modelu. W przypadku interakcji przestrzennych zmiennej objaśnianej ( $y$ ) występuje proces jednoczesnej autoregresji przestrzennej (*Spatial Auto Regressive process* – SAR), co oznacza, że poziom zmiennej zależnej w danej lokalizacji oddziałuje na wartości tej zmiennej w innych lokalizacjach.

Dla relacji liniowej model procesu jednoczesnej autoregresji przestrzennej SAR można zapisać jako:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}\mathbf{y} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1)$$

gdzie:

$\mathbf{y}$  – wektor wartości zmiennej objaśnianej,

$\rho$  – parametr autokorelacji przestrzennej zmiennej objaśnianej,

$\mathbf{W}$  – macierz wag określana na podstawie odległości (sąsiedztwa) między obiektami (podregionami),

$\boldsymbol{\varepsilon}$  – wektor składników losowych spełniający klasyczne założenia Gaussa–Markowa:  $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$ .

W modelu (1) wartości zmiennej zależnej są objaśniane „opóźnionymi” przestrzennie wartościami tej samej zmiennej, czyli wartościami z innych lokalizacji. Projekcja przestrzenna dotyczy zmiennej objaśnianej. Model (1) jest czasami nazywany modelem autoregresyjnym pierwszego rzędu (*First-order spatial Autoregressive – FAR*).

W modelach SAR uwzględnia się zmienne egzogeniczne:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W}\mathbf{y} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2)$$

gdzie:

$\mathbf{X}$  – macierz wartości zmiennych egzogenicznych,

$\boldsymbol{\beta}$  – wektor parametrów przy zmiennych egzogenicznych.

Modele SAR zazwyczaj szacuje się metodą największej wiarygodności (MNW). „Opóźniona” przestrzennie zmienna objaśniana jest w zbiorze zmiennych objaśniających, co powoduje, że estymator metody najmniejszych kwadratów nie jest zgodny i jest obciążony.

W modelach (1) i (2) filtracja przestrzenna dotyczy zmiennej objaśnianej. Może odnosić się także do zmiennych egzogenicznych. W przypadku tak zwanej krzyżowej regresji przestrzennej na poziom zmiennej zależnej w danej lokalizacji wpływają wartości zmiennych egzogenicznych z innych lokalizacji. Buduje się wtedy modele z przestrzenną filtracją zmiennych objaśniających (*Spatial Cross-regressive Models – SCM*):

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{W}\mathbf{X}\boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3)$$

gdzie:

$\boldsymbol{\gamma}$  – wektor parametrów przy „opóźnionych” przestrzennie zmiennych objaśniających.

W modelu (3) macierz wag przestrzennych  $\mathbf{W}$  jest stosowana do przestrzennej filtracji zmiennych objaśniających. Po przyjęciu, że komponent stochastyczny spełnia klasyczne założenia Gaussa–Markowa, czyli  $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$ , parametry modelu (3) można oszacować MNK.

Połączeniem powyższych modeli jest model Durбина, w którym uwzględnia się zarówno autokorelację przestrzenną zmiennej objaśnianej, jak i przestrzenne efekty obecne w regresji krzyżowej, polegające na oddziaływaniu na zmienną zależną (w danej lokalizacji) zmiennych egzogenicznych z innych lokalizacji.

Model Durбина można zapisać następująco<sup>5</sup>:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W} \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{W} \mathbf{X} \boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}) \quad (4)$$

Modele tego typu szacuje się MNW.

Autokorelacja przestrzenna może też odnosić się do składnika losowego. Często jest ona wynikiem pominięcia w modelu przestrzennie skorelowanych zmiennych objaśniających.

Najczęściej stosowanym modelem z autokorelacją przestrzenną składnika losowego jest model SEM (*Spatial Error Model*):

$$\mathbf{y} = \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\xi} \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\xi} = \lambda \mathbf{W} \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (6)$$

W modelu (5) składnik losowy z autokorelacją przestrzenną  $\boldsymbol{\xi}$  jest funkcją „czystego” składnika losowego  $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I})$ , co można zapisać jako (Suchecki, 2010, s. 250):

$$(\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W}) \boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\varepsilon} \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\xi} = (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^{-1} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (8)$$

Umożliwia to przedstawienie modelu SEM (5) w postaci zredukowanej:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + (\mathbf{I} - \lambda \mathbf{W})^{-1} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (9)$$

Zastosowanie MNK do estymacji modeli SEM wiąże się z nieefektywnością estymatorów, w związku z czym korzysta się tutaj z innych metod szacowania parametrów (np. MNW).

<sup>5</sup> Jest to wersja modelu bez restrykcji. W literaturze prezentowany jest również model Durбина z restrykcjami. Zob. Anselin, Bera (1998).

### 3. Wyniki modelowania

W badaniu empirycznym oszacowano wszystkie z zaprezentowanych wyżej modeli. Wykorzystane dane statystyczne dotyczą 66 podregionów w Polsce w 2012 roku.

Modele oszacowano dla następujących zmiennych:

$y_i$  – PKB *per capita* (zł/os.) – zmienna objaśniana,

$x_{1i}$  – wartość brutto środków trwałych (tys. zł/prac.) w przedsiębiorstwach o zatrudnieniu równym co najmniej dziewięć osób,

$x_{2i}$  – stopa bezrobocia (%).

Ze względu na nieliniowe zależności szacowane będą modele potęgowe (zmiennie zostały zlogarytmowane)<sup>6</sup>. Zmiennie objaśniające reprezentują czynniki produkcji (kapitał, praca). Zmienna  $x_{1i}$  to wartość majątku produkcyjnego przypadającego na jedną zatrudnioną osobę (techniczne uzbrojenie pracy). Poziom stopy bezrobocia informuje o stopniu wykorzystania zasobów siły roboczej w danym podregionie. We wstępnych badaniach próbowano uwzględnić również takie zmienne jak: liczba absolwentów szkół wyższych przypadająca na 1000 mieszkańców oraz liczba przedsiębiorstw na 1000 ludności. Pierwsza z tych zmiennych miała reprezentować kapitał ludzki. W wielu podregionach wartość tej zmiennej była równa zero, a więc nie można było jej zlogarytmować, w związku z czym została ona pominięta. Wpływ natężenia przedsiębiorczości okazał się być nieistotny statystycznie (poziom istotności  $\alpha = 0,05$ ).

Macierz wag **W** to standaryzowana wierszami macierz sąsiedztwa pierwszego rzędu dla kryterium „królowej” (*queen*). Oznacza to, że dany podregion był uznawany za sąsiadujący, jeżeli w jakikolwiek sposób graniczył z danym podregionem.

Oszacowane modele przyjęły następującą postać:

#### 1. Model FAR:

$$\hat{y}_i = 5,302 + 0,498 \sum_{j=1}^n w_{ij} y_j,$$

gdzie:  $n = 66$  to liczba podregionów, a indeksy  $i$  oraz  $j$  oznaczają podregiony.

W modelu tym wszystkie parametry różnią się istotnie od zera przy poziomie istotności  $\alpha = 0,05$ <sup>7</sup>. Ocena parametru autokorelacji przestrzennej jest równa 0,498,

<sup>6</sup> Obliczenia wykonano w pakiecie *spdep* w programie R.

<sup>7</sup> Poziom istotności 0,05 jest przyjmowany w całym artykule.



co świadczy o dość znacznej dodatniej autokorelacji przestrzennej zmiennej objaśnianej (PKB *per capita*). Oznacza to, że podregiony z wysokim (niskim) PKB *per capita* sąsiadują ze sobą.

2. Model SAR ze zmiennymi egzogenicznymi  $x_{1i}$  i  $x_{2i}$ :

$$\hat{y}_i = 10,417 - 0,081 \sum_{j=1}^n w_{ij} y_j + 0,431 x_{1i} - 0,426 x_{2i}.$$

Co interesujące, w tym modelu parametr autokorelacji przestrzennej zmiennej objaśnianej nie różnił się istotnie od zera (empiryczny poziom istotności wyniósł 0,354), w przeciwieństwie do parametrów przy zmiennych egzogenicznych, dla których empiryczne poziomy istotności były znacznie mniejsze od poziomu istotności  $\alpha = 0,05$ . Dodanie zmiennych egzogenicznych zniwelowało więc autokorelację przestrzenną zmiennej objaśnianej. W kontekście kształtowania się PKB *per capita* można zauważyć, że wpływ środków trwałych brutto (na pracującego) był dodatni, z kolei oddziaływanie stopy bezrobocia było ujemne, co jest zgodne z założeniami teoretycznymi.

3. Model z regresją krzyżową (SCM):

$$\hat{y}_i = 9,353 + 0,416 x_{1i} - 0,458 x_{2i} + 0,009 \sum_{j=1}^n w_{ij} x_{1j} + 0,125 \sum_{j=1}^n w_{ij} x_{2j}.$$

W powyższym modelu poza zmiennymi egzogenicznymi uwzględniono również „opóźnione” przestrzennie ich wartości. W tym modelu nieistotnie różniły się od zera parametry przy „opóźnionych” przestrzennie zmiennych egzogenicznych. Z punktu widzenia przestrzennego kształtowania się PKB *per capita* projekcja przestrzenna zmiennych egzogenicznych nie wydaje się mieć w tym przypadku znaczenia.

4. Model Durбина:

$$\hat{y}_i = 9,695 - 0,037 \sum_{j=1}^n w_{ij} y_j + 0,416 x_{1i} - 0,458 x_{2i} + 0,024 \sum_{j=1}^n w_{ij} x_{1j} + 0,113 \sum_{j=1}^n w_{ij} x_{2j}.$$

W modelu Durбина, czego należało się spodziewać na podstawie poprzednich dwóch modeli, nieistotnie różniły się od zera wszystkie parametry przy zmiennych z projekcją przestrzenną. Dotyczy to zarówno parametru autokorelacji przestrzennej zmiennej objaśnianej (empiryczny poziom istotności  $p_{emp} = 0,831$ ), jak i para-

metrów przy „opóźnionych” przestrzennie zmiennych egzogenicznych (empiryczne poziomy istotności równe odpowiednio: 0,802 i 0,335).

#### 5. Model z autokorelacją składnika losowego SEM:

$$\hat{y}_i = 9,632 + 0,417x_{1i} - 0,423x_{2i} + \hat{\xi}_i,$$

$$\hat{\xi}_i = 0,029 \sum_{j=1}^n w_{ij} \hat{\xi}_j.$$

W modelu SEM tylko parametr reprezentujący autokorelację przestrzenną składnika losowego nie różnił się istotnie od zera (empiryczny poziom istotności wyniósł 0,865). Wpływ zmiennych egzogenicznych był istotny statystycznie i zbliżony do rezultatów uzyskanych na podstawie poprzednich modeli.

W związku z tym, iż w oszacowanych modelach siła oddziaływania efektów przestrzennych dotyczących zarówno zmiennej objaśnianej, zmiennych egzogenicznych, jak i składnika losowego była niewielka, oszacowany został zwykły model regresji liniowej:

$$\hat{y}_i = 9,624 + 0,417x_{1i} - 0,423x_{2i}.$$

W modelu bez efektów przestrzennych wszystkie parametry różniły się istotnie od zera. Model ten był dobrze dopasowany do wartości empirycznych, skorygowany współczynnik determinacji jest równy  $\bar{R}^2 = 0,876$ .

Oszacowane modele zostały także porównane ze względu na kryterium informacyjne AIC (tab. 1). Najniższa wartość kryterium odpowiada modelowi (6), a więc modelowi bez efektów przestrzennych, co jest zgodne z poprzednimi wnioskami.

Tabela 1. Wartości logarytmu funkcji wiarygodności i kryterium informacyjnego AIC dla oszacowanych modeli

Model	Logarytm funkcji wiarygodności	AIC
(1)	-15,118	36,235
(2)	50,636	-91,272
(3)	51,227	-90,455
(4)	51,247	-88,494
(5)	50,291	-90,582
(6)	50,279	-92,558

Źródło: obliczenia własne.

## Podsumowanie

Reasumując, po zidentyfikowaniu autokorelacji przestrzennej zmiennej objaśnianej podjęto próbę sprawdzenia, czy efekty te są na tyle trwałe, że będą występować także po uwzględnieniu zmiennych egzogenicznych. Jednak okazało się, że wprowadzenie zmiennych egzogenicznych niweluje oddziaływanie efektów przestrzennych. Rozpatrzono różne rodzaje interakcji przestrzennych. Na podstawie modelu SAR weryfikowano istotność autokorelacji przestrzennej zmiennej objaśnianej. Model regresji krzyżowej posłużył do zbadania siły oddziaływania „opóźnień” przestrzennych zmiennych egzogenicznych. Łączne oddziaływanie tych dwóch rodzajów efektów zbadano na podstawie modelu Durбина, w którym projekcje przestrzennej dokonuje się jednocześnie względem zmiennej objaśnianej i zmiennych egzogenicznych. Model SEM pozwolił natomiast ustalić, czy występuje autokorelacja przestrzenna składnika losowego. Najlepszym modelem okazał się model bez efektów przestrzennych, co może świadczyć o dużej „mocy” objaśniającej przyjętej kombinacji zmiennych objaśniających. Kolejną przyczyną braku efektów przestrzennych mogą być przyjęte definicje zmiennych. W dalszych badaniach zmienne zostaną odniesione nie do liczby ludności ogółem, lecz do liczby osób pracujących. Wartość dodana, a tym samym PKB są generowane przede wszystkim przez osoby zatrudnione, co może poprawić jakość modeli z punktu widzenia efektów przestrzennych.

## Literatura

- Anselin, L., Bera, A.K. (1998). Spatial Dependence in linear Regression Models with an Introduction to Spatial Econometrics. W: A. Ullah, D.E.A. Giles (red.), *Handbook of Applied Economic Statistics* (s. 237–289). New York: Marcel Dekker.
- Arbia, B. (2006). *Spatial Econometrics: Statistical Foundations and Applications to Regional Convergence*. Berlin: Springer-Verlag.
- Bivand, R.S., Pebesma, E.J., Gómez-Rubio, V. (2008). *Applied Spatial Data Analysis with R*. Berlin: Springer-Verlag.
- Haining, R. (2005). *Spatial Data Analysis. Theory and Practice*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kopczewska, K. (2006). *Ekonometria i statystyka przestrzenna z wykorzystaniem programu R CRAN*. Warszawa: CeDeWu.
- LeSage, J.P., Pace, R.K. (2010). Spatial Econometric Models. W: M.M. Fischer, A. Getis (red.), *Handbook of Applied Spatial Analysis. Software Tools, Methods and Applications* (s. 355–376). Berlin: Springer-Verlag.

- Przybycin, Z. (2004). *Metody i modele statystyki przestrzennej*. Katowice: Wyd. AE w Katowicach.
- Suchecki, B. (red.) (2010). *Ekonometria przestrzenna. Metody i modele analizy danych przestrzennych*. Warszawa: C.H. Beck.

## TEST FOR MODELING SPATIAL ECONOMIC GROWTH IN SUBREGIONS IN POLAND IN 2012

### Abstract

In the article the hypothesis of spatial effects is verified, where the explained variable is GDP *per capita*, while the explanatory variables are mainly variables expressing the basic factors of economic growth (gross value of fixed assets per employee, unemployment rate). The research is about subregions in Poland in 2012. Moran global statistics and spatial econometric models were used to estimate spatial dependencies, which included spatial variations of the explanatory variable and / or explanatory variables. The model with spatial effects in errors was also evaluated. In the final stage of the study, models were compared due to information criteria.

*Translated by Mariusz Doszyń*

**Keywords:** spatial econometrics, economic growth

**JEL Codes:** C21, C51, C52, O47