



DOI: 10.18276/sip.2018.54/3-13

Stefan Grzesiak*

Uniwersytet Szczeciński

METODY POMIARU I PRÓBA BUDOWY MODELU SKALI WAHAŃ PRODUKCJI W PRZEDSIĘBIORSTWACH

Streszczenie

W artykule poruszono teoretyczne kwestie pomiaru i sposobu wyznaczania wahań produkcji z użyciem podejścia decyzyjnego. Problem był rozważany w warunkach, gdy produkcja ma charakter masowy. W sytuacji braku możliwości wyznaczenia średniego poziomu wahań zaproponowano konstrukcję wielorównaniowego modelu ekonometrycznego opisującego wpływ wybranych czynników na wahania produkcji. Oszacowanie takiego modelu daje szanse na identyfikację podstawowych czynników generujących wspomniane wahania.

Słowa kluczowe: wahania produkcji, produkcja masowa, model decyzyjny, czynniki kształtujące wahania, model ekonometryczny

Wstęp

Modelowanie procesów produkcyjnych to temat, który od wielu lat pojawia się w literaturze ekonomicznej. Autorzy prac zajmujący się tą tematyką od strony ekonometrycznej starali się w różny sposób analizować przebieg produkcji, budowali modele wpływu wybranych czynników na wielkość i strukturę produkcji, a także rozpoznawali i opisywali kolejne fazy tego procesu. Inni wykorzystywali modelowanie decyzyjne i próbowali optymalizować czas i koszty działalności wytwórczej.

* Adres e-mail: stefan.grzesiak@usz.edu.pl.

Klasyczne podejście ekonometryczne do wspomnianych zagadnień można znaleźć w pracach Pawłowskiego (1976) i Chmiela (1983). Szersze omówienie modelowania procesu produkcji z bardziej technicznego punktu widzenia zawiera praca pod redakcją Janczarka (2011). Najbardziej kompletny i usystematyzowany wykład modelowania decyzji w kontekście optymalizacji procesów produkcyjnych dla warunków polskich pojawił się w pracach Nowaka (2008), a zwłaszcza (2015). Konkretnie przykłady zastosowania metod optymalizacyjnych w przedsiębiorstwie znajdujemy na przykład w dysertacji doktorskiej Wrodarczyka (2017) oraz w artykule Brzychczy, Napieraj i Sukiennik (2015).

We wcześniejszych artykułach autora (2014, 2016) przedyskutowano kwestie modelowego odwzorowania dynamiki produkcji poszczególnych asortymentów w przypadku, gdy mamy do czynienia z produkcją o charakterze masowym. W efekcie zaprezentowano podejścia umożliwiające ustalenie zbliżonego do optymalnego rozkładu produkcji w czasie ze względu na kryterium kosztów. Jest zrozumiałe, że dokładna realizacja w praktyce tak ustalonego scenariusza nie jest ani konieczna, ani możliwa. Zależy nam jednak, aby odchylenia rzeczywistych wielkości produkcji od ustalonych w procedurze modelowania rozmiarów nie były znaczące. Tym samym pojawia się oczywiste pytanie, w jaki sposób doprowadzić do tego, aby różnice pomiędzy rzeczywistym przebiegiem produkcji a przebiegiem ustalonym przez procedury modelowe zaprezentowane w wyżej wymienionych artykułach były jak najmniejsze.

Należałoby analizować skalę i kształt pojawiających się w przeszłości odchylenia w taki sposób, aby poszukiwać rozwiązań istotnie ograniczających występujące różnice. Ważne jest też, aby z góry przyjąć, że tak dodatnie, jak i ujemne odchylenia od ustalonych wielkości są generalnie niekorzystne. Nadmiar produkowanego asortymentu skutkujący brakiem wystarczającego popytu wywołuje negatywne konsekwencje w postaci zmarnowanych surowców, energii, czasu pracy, zbędnych zapasów itd. Podobnie niedobór w stosunku do założonego poziomu produkcji oznacza brak pokrycia zapotrzebowania, kary umowne i może być przyczyną zerwania realizowanych umów.

1. Założenia modelowe i wyznaczanie odchyień

Przyjmijmy podobnie jak w cytowanych wyżej pracach autora, że proces produkcji ma charakter ciągły. Jednocześnie wprowadzimy następujące założenia:

$x(t)$ – wielkość produkcji w momencie t wynikająca z rozwiązane go zadania decyzyjnego rozkładu produkcji w czasie,

$w(t)$ – rzeczywista wielkość produkcji w momencie t ,

T – długość odcinka czasu, dla którego analizujemy odchylenia (np. jeden rok).

Odchylenia pomiędzy rzeczywistym a wyznaczonym z modelu poziomem produkcji w ustalonym momencie czasu $t \in T$ można zapisać:

$$r(t) = \begin{cases} w(t) - x(t), & \text{gdy } w(t) > x(t) \\ x(t) - w(t), & \text{gdy } x(t) > w(t) \end{cases} \quad (1)$$

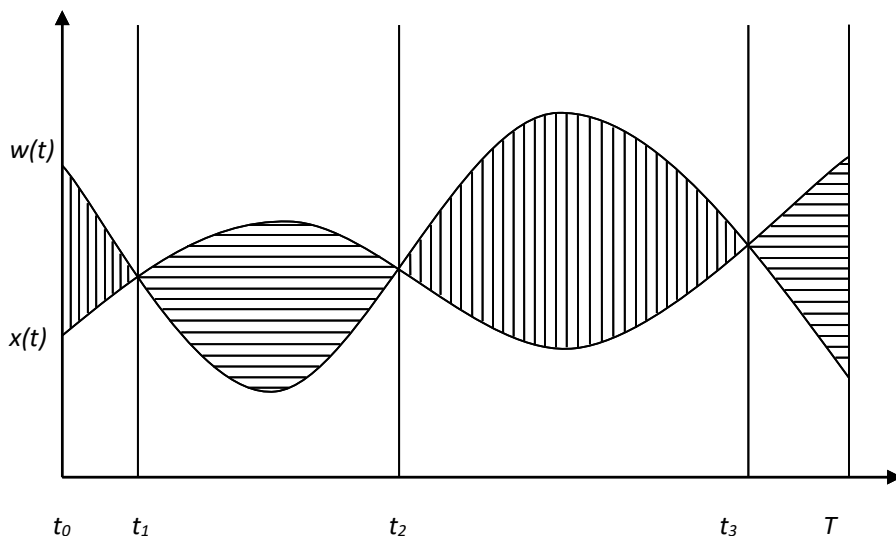
Przyjmując, że w przedziale czasowym $(0, T)$ zmienne $w(t)$ i $x(t)$ można wyrazić za pomocą nieujemnych funkcji argumentu t , ciągłych i całkowalnych w tym przedziale, odchylenia między $w(t)$ a $x(t)$ w całym przedziale $(0, T)$ można zapisać:

$$R(t) = \int_0^T r(t) dt, \text{ lub inaczej} \quad (2)$$

$$R(t) = \int_0^T |w(t) - x(t)| dt. \quad (3)$$

Dla ilustracji przedstawimy odpowiedni wykres ($t_0 = 0$) (rys. 1).

Rysunek 1. Przykładowe odchylenia między rzeczywistym i teoretycznym poziomem produkcji



Źródło: opracowanie własne.

Całka (2) przedstawia sumę zakreskowanych pól. Dla znalezienia R trzeba więc obliczyć sumę zakreskowanych pól w przedziałach $(0, t_1)$, (t_1, t_2) , (t_2, t_3) i (t_3, T) . Początkami i końcami przedziałów są rzędne punktów, dla których $w(t) = x(t)$. Suma zakreskowanych pól wyniesie więc:

$$R(t) = \int_0^{t_1} [w(t) - x(t)] dt + \int_{t_1}^{t_2} [x(t) - w(t)] dt + \\ + \int_{t_2}^{t_3} [w(t) - x(t)] dt + \int_{t_3}^T [x(t) - w(t)] dt \quad (4)$$

Uogólniając te spostrzeżenia, można przyjąć, że w interesującym nas przedziale czasu istnieje $n - 1$ momentów, bez początku i końca, gdy $w(t) = x(t)$. Przedziały, w których $w(t) = x(t)$, pominiemy. W praktyce przebieg funkcji $w(t)$ i $x(t)$, gdy nałożymy je na siebie, będzie taki, że na przemian otrzymamy przedziały czasu, w których $w(t) > x(t)$ lub $x(t) = w(t)$. Tym samym więc wyrażenie (2) da się zapisać :

$$R = \sum_{p=0}^{n-1} (-1)^p \int_{t_p}^{t_{p+1}} [w(t) - x(t)] dt, \quad (5)$$

gdy w przedziale (t_0, t_1) zachodziło $w(t) > x(t)$, lub

$$R = \sum_{p=0}^{n-1} (-1)^{p+1} \int_{t_p}^{t_{p+1}} [w(t) - x(t)] dt, \quad (6)$$

w przeciwnym wypadku.

Dotychczasowe zapisy praktycznie zignorowały ważny fakt, że rzeczywisty poziom produkcji jest losowy. Poprawny zapis powinien brać to pod uwagę, a głównym problemem staje się wtedy określenie funkcji gęstości prawdopodobieństwa zmiennych losowych $r(t)$ dla poszczególnych asortymentów produkcyjnych.

Jeżeli dysponujemy obszernymi informacjami z przeszłości o różnicach pomiędzy rzeczywistym a wyznaczonym poprzez modelowanie decyzyjne poziomem produkcji, wtedy da się wygenerować rozkład prawdopodobieństwa odchyień $r(t)$. Ponieważ dodatnie oraz ujemne odchylenia są generowane z reguły poprzez inne zespoły czynników, dlatego przyjmujemy, że są one związane z dwiema niezależnymi zmiennymi losowymi oznaczonymi odpowiednio przez G i H .

Wprowadźmy oznaczenia :

$$r_1(t) = \begin{cases} w(t) - x(t), & \text{gdy } w(t) > x(t) \\ 0, & \text{gdy } w(t) \leq x(t) \end{cases}$$

$$r_2(t) = \begin{cases} x(t) - w(t), & \text{gdy } x(t) > w(t) \\ 0, & \text{gdy } x(t) \leq w(t) \end{cases}$$

gdzie:

$g[r_1(t)]$ – gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej G ,

$h[r_2(t)]$ – gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej H ,

$\varphi[r(t)]$ – łączna gęstość prawdopodobieństwa zmiennych losowych G i H .

Łączną gęstość prawdopodobieństwa obu zmiennych losowych ustalimy na podstawie znajomości $g[r_1(t)]$ i $h[r_2(t)]$. Przeciętne odchylenia wielkości produkcji – dodatnie, ujemne oraz wszystkie łącznie – można wyznaczyć następująco:

$$ER_1 = \int_0^{\infty} \left\{ \sum_{p=0}^{\frac{n}{2}-1} \int_{t_{2,p}}^{t_{2,p+1}} r_1(t) g[r_1(t)] dt \right\} dr_1(t) \quad (7)$$

dla n parzystych oraz

$$ER_1 = \int_0^{\infty} \left\{ \sum_{p=0}^{0,5(n-1)} \int_{t_{2,p}}^{t_{2,p+1}} r_1(t) g[r_1(t)] dt \right\} dr_1(t) \quad (8)$$

dla n nieparzystych.

Analogicznie przeciętne odchylenie ujemne można zapisać :

$$ER_2 = \int_0^{\infty} \left\{ \sum_{p=0}^{\frac{n}{2}-1} \int_{t_{2,p+1}}^{t_{2,p+2}} r_2(t) h[r_2(t)] dt \right\} dr_2(t) \quad (9)$$

dla parzystych n oraz

$$ER_2 = \int_0^{\infty} \left\{ \sum_{p=0}^{0,5(n-3)} \int_{t_{2,p}}^{t_{2,p+1}} r_2(t) h[r_2(t)] dt \right\} dr_2(t) \quad (10)$$

dla n nieparzystych ($n \geq 3$).

Odchylenie przeciętne ER można wtedy znaleźć w następujący sposób:

$$ER = \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \sum_{p=0}^{n-1} \int_{t_p}^{t_{p+1}} r(t) \varphi[r(t)] dt \right\} dr(t) \quad (11)$$

gdzie (por. Papoulis, 1972, s. 205):

$$\varphi[r(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g[r_1(t)] h[r(t) - r_1(t)] dr_1(t) \quad (12)$$

Dla wyjaśnienia zaznaczmy, że w formułach (7)–(10) dolną granicę całkowania przyjęto jako równą zero, ponieważ argumenty $r_1(t)$ i $r_2(t)$ są stale dodatnie.

Znajomość rozkładów odchyień, o których była mowa wcześniej, jest ważna nie tylko w kontekście wyznaczania odchyień przeciętnych. Wyznaczenie tych rozkładów oraz stwierdzenie, czy odchylenia są stacjonarne, czy też ulegają ewolucji, umożliwia inne spojrzenie na kwestie czynników generujących wspomniane odchylenia. Stacjonarność będzie sugerować, że odchylenia powstają na skutek działania stałego, niezmiennego kompleksu przyczyn, natomiast jego zmienność w czasie daje asumpt do wnioskowania, że oddziaływanie poszczególnych czynników zmienia się w czasie czy też że ujawnił się wpływ nowych, dotychczas nieobserwowanych. O prawidłowej, pozbawionej zakłóceń pracy przedsiębiorstwa można mówić wtedy, gdy rozkłady odchyień dla poszczególnych asortymentów będą symetryczne (np. normalne) z wartością przeciętną bliską zero oraz niewielką wariancją. Symetryczny rozkład i występowanie dużej wariancji odchyień może wskazywać na znaczne wahania produkcji wywoływane przez jeden lub kilka stale oddziałujących czynników. Rozkład asymetryczny zwłaszcza przy wyraźnej rosnącej tendencji ujemnych odchyień to sygnał poważnych nieprawidłowości i braku stabilności funkcjonowania przedsiębiorstwa.

Reasumując, korzystna sytuacja dla przedsiębiorstwa będzie wtedy, gdy wielkość ER w dłuższym czasie oscyluje wokół zera, zaś ER_1 i ER_2 są stosunkowo niewielkie i o podobnej skali. W takiej sytuacji pojawiające się zakłócenia w produkcji nie powinny mieć zdecydowanie negatywnego znaczenia dla badanego przedsiębiorstwa.

2. Identyfikacja czynników kształtujących odchylenia

Niestety, nie zawsze można wygenerować odchylenia w przedstawiony sposób, korzystając z podejścia optymalizacyjnego. Ważna jest też odpowiedź na wątpliwości, dlaczego takie, a nie inne fluktuacje produkcji powstają w firmie oraz czy można im zapobiegać. Powstaje wtedy pytanie, czy jest możliwe określenie skali i czynników wywołujących te odchylenia, gdy nie istnieje lub nie da się wyznaczyć optymalnego rozkładu produkcji w czasie. Jeżeli skorzystamy z informacji statystycznych dostępnych w przedsiębiorstwie i jego otoczeniu, można na podstawie zebranych danych przy założeniu ich dostępności i wiarygodności przeprowadzić pogłębioną analizę wpływu wybranych czynników na występujące odchylenia wielkości produkcji w dyskretnych odcinkach czasu. W takiej sytuacji warto próbować zbudować model ekonometryczny, który do pewnego stopnia będzie wyjaśniał, jakie czynniki

i w jakim stopniu mogły w przeszłości powodować znaczące odchylenia produkcji w czasie. Z praktyki gospodarczej wiadomo, że zasadniczy udział w zakłóceniach procesu produkcji mogą mieć:

- a) przestoje produkcyjne wywołane awariami różnego rodzaju urządzeń;
- b) absencja pracowników wynikająca z nieprzewidzianych powodów (chorobowa, nieusprawiedliwiona itp.) i fluktuacja zatrudnienia;
- c) przestoje w produkcji wywoływane sporami z pracownikami (strajki itp.);
- d) różnice i wahania w wydajności pracy poszczególnych zespołów produkcyjnych;
- e) jakość surowców i materiałów produkcyjnych;
- f) zmiany organizacyjne wprowadzane w trakcie realizacji procesów produkcyjnych;
- g) nieprzewidywalne czynniki zewnętrzne (kłopoty z importem, restrykcje zewnętrzne, zakłócenia w transporcie itp.).

Biorąc pod uwagę powyższe przyczyny, dokonamy próby stworzenia hipotezy modelowej, która uwzględniałaby przynajmniej część wyżej przedstawionych kwestii. Dlatego w dalszej części potraktujemy analizowane wielkości jako dyskretne.

Odchylenia między rzeczywistą a wyznaczoną z modelu produkcją, potraktowane jako podstawowa zmienna endogeniczna, oznaczymy jak dotychczas przez r_t . Pozostałe zmienne, za pomocą których można skonstruować wielorównaniowy model ekonometryczny opisujący zależności i związki między wymienionymi czynnikami, oznaczymy następująco:

P_t – czas przestoju na 1 pracownika,

A_{ct} – czas absencji chorobowej na 1 pracownika,

A_{nt} – czas absencji nieusprawiedliwionej na 1 pracownika,

N_t – liczba godzin nadliczbowych na 1 pracownika,

F_t – miernik stopnia fluktuacji pracowników,

D_t – miernik jakości podstawowego surowca do produkcji,

I_t – miernik intensywności pracy,

C_t – miernik warunków pracy pracowników zatrudnionych bezpośrednio w produkcji,

B_t – udział w wolumenie produkcji wyrobów innowacyjnych i prototypowych,

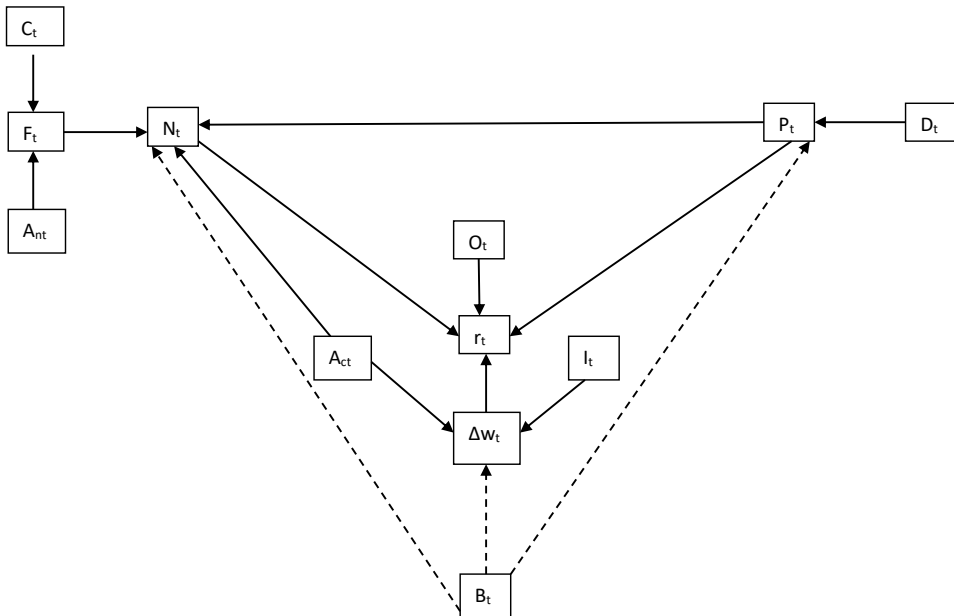
O_t – miernik stopnia zmian organizacyjnych (np. zmienna zero-jedynkowa),

$\Delta w_t = w_t - w_{t-1}$ – zmiana wydajności pracy z okresu na okres.

Wszystkie wymienione wyżej zmienne są powiązane ze sobą bezpośrednio bądź pośrednio. Schemat powiązań między wymienionymi zmiennymi prezentuje się jak na rysunku 2.

Podstawową zmienną endogeniczną jest oczywiście r_t , przy czym wydaje się, że bezpośredni wpływ na jej poziom i zmiany mają P_t , O_t , ΔW_t i N_t . Przyjęto, że P_t jest kształtowana przez D_t i okresowo przez B_t , co w świetle wcześniejszych uwag jest zrozumiałe. Wpływ zmiennej O_t jest oczywisty, przy czym ta zmienna ma charakter typowo egzogeniczny. Bezpośredni wpływ na r_t wykazuje też ΔW_t , przy czym jest ona syntezą kilku czynników, z których najważniejsze to intensywność pracy i absencja chorobowa. Ostatnia ze zmiennych objaśniających zmienną r_t , oznaczająca wpływ czasu pracy w godzinach ponadwymiarowych, jest też zmienną syntetyczną obejmującą w pewnym stopniu A_{ct} , F_t i pośredni, opóźniony w czasie wpływ oddziaływania P_t . Związek pomiędzy N_t a P_t jest wyraźny, gdyż zwiększenie częstotliwości przestojów bezpośrednio wywołuje konieczność nadrobienia opóźnień i pracy w dodatkowym czasie. Wpływ zmiennej B_t na P_t , N_t i ΔW_t oznaczony został linią przerywaną, gdyż pojawia się tylko w określonych warunkach.

Rysunek 2. Zależności między zmiennymi dla hipotezy modelowej (13)–(17)



Źródło: opracowanie własne.

W związku z tym można sformułować następującą hipotezę modelową:

$$F_t = f_1(C_t, A_{nt}, U_{1t}) \quad (13)$$

$$P_t = f_2(D_t, B_t, U_{2t}) \quad (14)$$

$$\Delta W_t = f_3(I_t, A_{ct}, B_t, U_{3t}) \quad (15)$$

$$N_t = f_4(P_t, F_t, A_{ct}, B_t, U_{4t}) \quad (16)$$

$$r_t = f_5(P_{t-1}, N_t, \Delta W_t, O_t, U_{5t}) \quad (17)$$

Zasadnicze znaczenie ma oczywiście równanie (17), ale wszechstronna ocena związków łączących r_t z innymi zmiennymi byłaby niemożliwa bez konstrukcji poprzednich równań.

Odrębną sprawą jest postać analityczna poszczególnych równań. Wydaje się, że nie ma tu żadnej ogólnej reguły, a rozstrzygnięcia wątpliwości należałoby szukać poprzez empiryczną weryfikację różnych postaci matematycznych prezentowanych związków. Ponieważ jest mało prawdopodobne, aby zmienna r_t wykazywała jakiś wyraźny trend, ciekawe byłoby przeanalizowanie gęstości widmowych zmiennych wchodzących w skład modelu. Dałoby to szansę na ocenę związków między zmiennymi i eliminację tych, które na skutek wzajemnych powiązań nie gwarantują uzyskania wiarygodnych oszacowań parametrów strukturalnych. Jest to możliwe pod warunkiem zebrania wystarczająco bogatego materiału statystycznego o zadowalającej wiarygodności.

Podsumowanie

Jak wynika z treści artykułu, wyznaczenie rozwiązania za pomocą decyzyjnego modelu określenia wielkości produkcji poszczególnych asortymentów nie kończy definitywnie tego zagadnienia. Dynamiczny charakter procesu produkcyjnego prowadzi do nieuniknionych różnic w kolejnych okresach między rzeczywistymi rozmiarami produkcji a wyznaczonymi z użyciem modelu decyzyjnego. Określenie skali odchyleń dla poszczególnych asortymentów jest więc ważnym sprawdzianem jakości uzyskanych z modelu rezultatów. Jeśli nie można przeprowadzić takiej analizy ze względu na brak dostępnych informacji, istotne byłoby przynajmniej ustalenie, jakie czynniki mają zasadniczy wpływ na fluktuacje produkcji. Kluczem do odpowiedzi na takie pytanie jest sformułowanie wielorównaniowej ekonometrycznej hipotezy modelowej i oszacowanie zależności między wahaniami produkcji a wcześniej wy-

specyfikowanymi czynnikami, które je generują. Teoretycznie jest to możliwe pod warunkiem uzyskania z przeszłości właściwego materiału statystycznego. Pozostaje wątpliwość, czy w konkretnych przedsiębiorstwach da się taki model poprawnie oszacować. W dalszym etapie pozostaje więc weryfikacja empiryczna przeprowadzonych rozważań.

Literatura

- Brzychczy, E., Napieraj, A., Sukiennik, M. (2015). Modelowanie i optymalizacja wydobywania w kopalniach węgla kamiennego z wykorzystaniem struktur gridowych. *Przegląd Górniczy*, 8, 2–7.
- Chmiel, J. (1983). *Analiza procesów produkcyjnych za pomocą funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa*. Warszawa: PWN.
- Grzesiak, S. (2014). Wykorzystanie rachunku wariacyjnego do analizy wahań produkcji w przedsiębiorstwach. *Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania*, 36 (1), 41–52.
- Grzesiak, S. (2016). Modeling the Dynamics of the Production Process in the Conditions of Uncertainty with the Use of the Calculus of Variations. *Folia Oeconomica Stetinensia*, 16 (1), 222–231.
- Janczarek, M. (red.) (2011). *Zarządzanie procesami produkcyjnymi w przedsiębiorstwie*. Lublin: Lubelskie Towarzystwo Naukowe.
- Nowak, M. (2008). Średniookresowe planowanie produkcji z wykorzystaniem symulacji i interaktywnej procedury wielokryterialnej. W: T. Trzaskalik (red.), *Modelowanie preferencji a ryzyko '08* (s. 209–222). Katowice: Wyd. AE w Katowicach.
- Nowak, M. (2015). *Modelowanie decyzji w zarządzaniu operacyjnym*. Katowice: Wyd. UE w Katowicach.
- Papoulis, A. (1972). *Prawdopodobieństwo, zmienne losowe i procesy stochastyczne*. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne.
- Pawłowski, Z. (1976). *Ekonometryczna analiza procesu produkcyjnego*. Warszawa: Wyd. PW.
- Sikora, W. (red.) (2008). *Badania operacyjne*. Warszawa: PWE.
- Wrodarczyk, J. (2017). *Wielokryterialne planowanie struktury produkcji* (rozprawa doktorska). Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach.

MEASUREMENT AND ATTEMPT OF PRODUCTION FLUCTUATIONS MODELLING IN COMPANIES

Abstract

The article considers the problems of measurement and methods of calculation of production fluctuations by means of the decision-making approach. The problem was considered, when the production had a mass character. In the situation, in which there is no possibility of estimation of mean level of fluctuations, a construction of multi-equation econometric model that describes the influence of selected factors on production fluctuations was proposed. Estimation of such model gives chances on identification of basic factors generating these fluctuations.

Translated by Krzysztof Dmytrów

Keywords: production fluctuations, mass production, decision model, factors generating fluctuations, econometric model

JEL Codes: C44, C51