

Bogdan Włodarczyk*

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

PROGNOZOWANIE ZMIENNOŚCI STÓP ZWROTU NA RYNKACH ZŁOTA I SREBRA Z UWZGLĘDNIENIEM EFEKTU ASYMETRII I DŁUGIEJ PAMIĘCI

Streszczenie

W artykule dokonano analizy znaczenia efektu asymetrii i długiej pamięci w modelowaniu i prognozowaniu warunkowej zmienności oraz ryzyka rynkowego na rynku towarowym na przykładzie złota i srebra. Wykorzystano szeroki zestaw liniowych i nieliniowych modeli typu GARCH. Analiza prognoz wewnątrz próby (*in-sample*) i spoza próby (*out of sample*) wykazała, że zmienność stóp zwrotu dla złota i srebra jest w dokładniejszy sposób opisywana przez nieliniowe modele zmienności wykorzystujące długą pamięć i efekt asymetrii. W szczególności model FIAPARCH okazał się najlepszy do budowy prognoz VaR dla długich i krótkich pozycji. Model ten również generował najniższą liczbę naruszeń zasad bezpieczeństwa sformułowanych w Umowie Kapitałowej Bazylea II, osiągając poziom ekspozycji na ryzyko przy 99-procentowym przedziale ufności.

Słowa kluczowe: prognozowanie zmienności cen, rynek towarowy

Wprowadzenie

Zagadnienia teoretyczne w obrębie rynków towarowych bardzo często koncentrują się na zależnościach zachodzących pomiędzy zmianami cen towarów oraz wpływie transmisji informacji na stopy zwrotu. Badania nad zmiennością rynkową zyskują na popularności w miarę wzrostu samej zmienności i znaczenia inwestycyjnego towarów

* Adres e-mail: bogdan.wlodarczyk@uwm.edu.pl

(Kang, Yoon, 2013; Thuraisamy, Sharma, Ahmed, 2013; Vivian, Wohar, 2012). Rosnące zainteresowanie wynika również z faktu, że towarowe stopy zwrotu posiadają pewne empirycznie weryfikowalne cechy, takie jak: anormalny rozkład, efekt asymetrii, załamania strukturalne oraz tak zwane grube ogony rozkładu (*fattails*) (Aloui, Mabrouk, 2010; Cheng, Hung, 2011). Charakterystyki te wpływają na trafność prognoz i dlatego wymagają prowadzenia doświadczeń z różnymi modelami zmienności.

Istotnym aspektem w tym względzie jest związek ryzyka z dochodem, co stworzyło podstawy teoretycznych i praktycznych założeń procesu zarządzania ryzykiem (Tarczyński, Mojsiewicz, 2001). Klasyczne podejście do tego zagadnienia skupiało się głównie na dynamice zmienności w odniesieniu do ceny pojedynczego towaru lub rozprzestrzeniania w czasie zmienności na wiele towarów. Badanie przeprowadzono z wykorzystaniem standardowych modeli zmienności. Nowsze badania starają się zgromadzić zróżnicowane charakterystyki zmienności pojedynczych towarów lub ich grup w celu określenia metodycznego zestawu narzędzi pozwalających na bardziej precyzyjne przewidywanie zmienności rynkowej cen i stóp zwrotu (Arouri, Hammoudeh, Lahiani, Nguyen, 2012a; Wei, Wang, Huang, 2010). Badania nad ryzykiem na rynkach towarowych wykorzystują często podejście oparte na jednej z częściej stosowanych miar ryzyka, jaką jest VaR. Najlepszy do modelowania zmienności stóp zwrotu jest taki model, za pomocą którego otrzymuje się najdokładniejsze prognozy i szacunki VaR (Jajuga, 2000).

W niniejszym artykule dokonano próby oceny adekwatności liniowych i nieliniowych modeli prognostycznych, wykorzystując, zgodnie z podejściem opartym na VaR, zróżnicowane kryteria oceny i prognozowania. Poprawność analityczna modelowania cen surowców jest ważna w kontekście wyceny aktywów finansowych zaangażowanych w rynek towarowy. Złoto i srebro jest nie tylko surowcem przemysłowym, lecz także elementem inwestycji i spekulacji rynków finansowych. Pierwszym celem badań było zweryfikowanie przydatności modeli klasy GARCH w modelowaniu warunkowej zmienności cen (stóp zwrotu) oraz ryzyka rynkowego (VaR) dla złota i srebra, biorąc pod uwagę długą pamięć oraz efekty asymetrii. Zjawisko długiej pamięci i asymetrii zostało uwzględnione nie tylko w odniesieniu do modelowania zmienności, ale również do poprawy dokładności oszacowań VaR i prognoz. Drugim celem badań było porównanie możliwości prognostycznych modeli klasy GARCH, przy zastosowaniu analizy spoza próby, przy wykorzystaniu typowych kryteriów oceny oraz podejścia opartego na VaR dla długich i krótkich pozycji. Dokonano także oceny przydatności ekonomicznej otrzymanych rezultatów dzięki oszacowaniu wymogów kapitałowych opartych na standardzie Bazylei II. W tym celu wykorzystano estymacje VaR zrealizowane za pomocą przyjętych do analizy modeli klasy GARCH.

1. Przegląd literatury

Jedno z najnowszych podejść w rozważaniach na temat asymetrycznej zmienności rynków towarowych charakteryzuje się próbami połączenia w ramach jednego modelu wielu charakterystyk zmienności. Z tego też powodu sprawdza się zarówno symetryczność, jak i asymetryczność efektów oraz długą pamięć zmienności cen towarów pojedynczo i w określonych grupach (Aloui, Mabrouk, 2010). Rozpoznanie długozasięgowej zależności (*long-rangedependence*) w obszarze zmienności cen na rynkach towarowych jest bardzo ważne z punktu widzenia prognozowania, co z kolei ma wpływ na wycenę aktywów z rynku finansowego, stosowanie hedgingu oraz zarządzanie ryzykiem.

Choi i Hammoudeh (2009) stwierdzili, że jednowymiarowe modele GARCH uwzględniające efekt długiej pamięci szeregów czasowych wykazywały lepsze możliwości prognostyczne dla zmienności cen towarów (ropy i produktów rafinacji) od standardowych modeli GARCH. McKenzie, Mitchell, Brooks i Faff (2009) podczas badań nad adekwatnością zastosowania jednowymiarowego modelu ARCH do modelowania rynku metali szlachetnych nie zaobserwowali występowania efektów asymetrii. Hammoudeh (2009) wykorzystał jednowymiarowy model z rodziny GARCH do oceny warunkowej zmienności cen trzech metali (złota, srebra i miedzi), eliminując przy tym wpływ czynników zakłócających, takich jak szoki cenowe na globalnym rynku ropy oraz poziom stóp zwrotu trzymiesięcznych amerykańskich bonów skarbowych.

Hammoudeh, Yuan, McAleer i Thompson (2010), prowadząc badania nad zmiennością, zajęli się korelacyjnymi zależnościami i współzależnościami dla czterech głównych metali szlachetnych, biorąc pod uwagę czynnik geopolityczny w ramach wielowymiarowej analizy. Przeprowadzono również ocenę wpływu otrzymanych wyników na decyzje portfelowe i strategie hedgingowe. Sformułowane wnioski zwracają uwagę w ocenie długo- i krótkookresowych zależności na duże znaczenie informacji i historycznej zmienności cen. Vivian i Wohar (2012), łącząc procedurę iteracyjnej sumy kumulacyjnej kwadratów z modelem GARCH (1,1), starali się określić istnienie strukturalnych załamań zmienności bieżących stóp zwrotu dla 28 towarów, w tym energii i metali szlachetnych. Stwierdzono dowody na załamania zmienności cen towarów w trakcie kryzysu lat 2007–2010 na tle pełnego przedziału czasowego próby (1985–2010) (Vivian, Wohar, 2012). Dla większości badanych metali efekt podwójnej długiej pamięci najlepiej został uchwycony przez model ARFIMA-FIGARCH (Arouri i in. 2012; Wei i in., 2010).

2. Metodyka badania

Efekt długiej pamięci oraz asymetria zmienności uważane są obecnie za typowe charakterystyki stóp zwrotu na rynkach towarowych. Asymetria zmienności istnieje wówczas, kiedy negatywne szoki rynkowe mają silniejszy wpływ na kształtującą się zmienność niż szoki pozytywne. Najbardziej oczywistym skutkiem istnienia efektu długiej pamięci jest możliwość precyzyjnego prognozowania szeregów czasowych (Elder, Serletis, 2008). Wysoki poziom efektu długiej pamięci może oznaczać, że cena danego towaru długookresowo odbiega *in plus* lub *in minus* od punktu równowagi (Doman, Doman, 2009).

W badaniu porównawczym przyjęto cztery liniowe modele rodziny GARCH, takie jak: GARCH, IGARCH, EGARCH oraz RiskMetrics. Oprócz tego wykorzystano trzy modele nieliniowe GARCH: FIGARCH, FIAPARCH oraz HYGARCH. Modele liniowe stanowią w pewnym sensie podstawową grupę, na przykładzie której sprawdzono możliwości uchwycenia persystencji zmienności, asymetrii czy nieskończonej persystencji. Modele nieliniowe posłużyły natomiast do oceny odrębnego i równoczesnego ujęcia efektów długiej pamięci i asymetrii. Następnie przedstawiono wykorzystanie kryteriów oceny i podejścia opartego na VaR do porównania modeli zmienności pod względem możliwości predykcyjnych opartych na analizie danych spoza próby. Do modelowania średniej warunkowej wykorzystano autokorelację rzędu pierwszego, a także przyjęto klasę modeli GARCH (1,1) do porównania ich możliwości. Specyfikację przeprowadzono na podstawie kryteriów informacyjnych: Akaike (AIC) oraz Schwarz (BIC).

Do pomiaru możliwości predykcyjnych siedmiu modeli z rodziny GARCH i wyboru najlepszego wykorzystano następujące kryteria: średni błąd bezwzględny (MAE) oraz średni bezwzględny błąd procentowy (MAPE). Oszacowano za pomocą konkurujących modeli prognozy zmienności stóp zwrotu na złocie i srebrze (spoza próby) dla okresu jednodniowego i dwudziestodniowego. Model, który charakteryzował się najniższą średnią błędem prognoz, był typowany jako najlepszy pod względem możliwości predykcyjnych. Możliwości prognozowania są kluczowym elementem badań nad szeregami czasowymi ze względu na znaczenie prognoz w procesie podejmowania decyzji (Miciuła, 2014).

Następnie wykorzystano miarę ryzyka VaR dla długiej i krótkiej pozycji transakcyjnej w okresie t . Niezbędna do wyznaczenia VaR prognozowana wielkość dziennej warunkowej średniej oraz odchylenia standardowego stóp zwrotu dla złota i srebra uzyskane zostały za pomocą modelu GARCH. Dla każdej serii stóp zwrotu został obliczony VaR przy przyjętych poziomach istotności od 5 do 0,25%. Dalej została

wykonana ocena oszacowań modelu GARCH-VaR poprzez wyznaczenie empirycznej stopy przekroczeń (*failurerate*) VaR dla lewych i prawych ogonów rozkładów stóp zwrotu. Stopa przekroczeń rozumiana jest jako liczba przekroczeń oszacowanej wartości VaR przez serię stóp zwrotu dla danych towarów. Jeżeli stopień przekroczeń jest równy założonemu poziomowi istotności, można stwierdzić prawidłowość specyfikacji modelu ekonometrycznego wykorzystanego do estymacji VaR. Hipoteza ta została przetestowana za pomocą testu Kupca (Kupiec, 1995).

3. Charakterystyka danych

Dane przyjęte w badaniu obejmują ceny bieżące i trzymiesięczne ceny *futures* dla złota oraz srebra. Źródłem danych była giełda COMEX z serwisu Bloomberg. Zakres czasowy obejmuje okres od 20 lutego 2000 roku do 31 czerwca 2014 roku, przy czym próba danych cenowych sporządzona została dla przedziału czasowego od 20 lutego 2000 roku do 31 grudnia 2012 roku, podczas gdy okres spoza próby obejmuje przedział od 1 stycznia 2013 roku do 31 czerwca 2014 roku. Stopy zwrotu zostały skalkulowane jako logarytmiczne dzienne stopy zwrotu dla dwóch kolejnych cen. W tabeli 1 przedstawiono statystyki opisowe otrzymanych dziennych stóp zwrotu dla inwestycji w złoto i srebro. W części pierwszej ujęto średnie stopy zwrotu (dla złota 0,049%, dla srebra 0,062%), przy czym były one dodatnie w całym okresie badań.

Analizując wskaźnik Sharpe'a dla okresu czasu próbki, złoto stanowiło lepszą inwestycję. Skośność rozkładu dla złota jest dodatnia, a dla srebra ujemna. Stąd bardziej prawdopodobne jest zaobserwowanie dodatniej stopy zwrotu w przypadku złota, natomiast ujemnej w przypadku srebra. Wszystkie badane serie stóp zwrotu charakteryzują się leptokurtycznością (większym skupieniem wokół średniej i grubszymi ogonami niż rozkład normalny), co uwidacznia nadmiar kurtozy. Test Jarque-Bera potwierdził odchylenie od rozkładu normalnego, natomiast test Engle'a na warunkową heteroskedastyczność oraz test Ljunga-Boxa dostarczają dowodu na wystąpienie efektu ARCH (grupowania się wariancji stóp zwrotu). Kolejne testy pierwiastka jednostkowego w części drugiej tabeli: ADF, Kwiatkowskiego-Philipsa-Schmidta-Shina (KPSS) oraz Zivota-Andrewsa (Zivot, Andrews, 1992) potwierdziły stacjonarność badanych szeregów czasowych stóp zwrotu dla złota i srebra. Test Zivota-Andrewsa jest przy tym odporny na występowanie potencjalnych załamań strukturalnych. Biorąc pod uwagę całokształt stylizowanych faktów szeregów stóp zwrotu dla złota i srebra, podjęto decyzje o zaaplikowaniu modeli klasy GARCH do modelowania warunkowej zmienności.

Tabela 1. Statystyki opisowe szeregu czasowego stóp zwrotu dla złota i srebra oraz testy pierwiastka jednostkowego

Wyszczególnienie	Złoto		Srebro	
	Ceny bieżące	Ceny terminowe	Ceny bieżące	Ceny terminowe
<i>Statystyki opisowe</i>				
Średnia (%)	0,049	0,049	0,062	0,062
Odchylenie standardowe	1,132	1,145	1,967	1,897
Wskaźnik Sharpe'a	0,054	0,052	0,043	0,044
Skośność	0,068	0,182	-0,417	-0,782
Kurtoza	5,256	6,129	7,993	7,582
JB	3563,8***	4491,1***	8623,7***	7534,1***
Q ² (10)	497,26***	315,03***	279,35***	502,13***
ARCH(4)	49,923***	38,151***	22,35***	38,772***
<i>Testy pierwiastka jednostkowego</i>				
ADF	-31,89***	-32,76***	-31,46***	-33,11***
KPSS	0,211	0,189	0,253	0,223
Zivot-Andrews	-55,823***	-25,413***	-61,566***	-58,244***

JB, Q²(10) i ARCH(4) odnoszą się do statystyk testu Jarque-Bera, Ljunga-Boxa oraz Engle'a ADF i KPSS.

Źródło: badania własne.

4. Wyniki badań

Do rozpoznania efektu długiej pamięci dla warunkowej średniej i wariancji stóp zwrotu oraz kwadratów stóp zwrotu badanych metali zostały wykorzystane testy: test oparty na statystyce GPH regresji log-periodogramu (Geweke, Porter-Hudak, 1983) oraz gaussowski test semiparametryczny GPS (Robinson, 1995) (tab. 2). Stwierdzono słabe dowody na występowanie efektu długiej pamięci w badanych szeregach czasowych stóp zwrotu, po tym jak na podstawie powyższych testów nie zdołano odrzucić hipotezy zerowej o braku długookresowej zależności przy 5-procentowym poziomie istotności. Po podniesieniu stóp zwrotu do kwadratu oba testy ostatecznie pozytywnie zweryfikowały hipotezę o obecności efektu długiej pamięci przy 1-procentowym poziomie istotności.

Tabela 2. Statystyki testów długiej pamięci

	Złoto		Srebro		Złoto		Srebro	
	Bieżące	Terminowe	Bieżące	Terminowe	Bieżące	Terminowe	Bieżące	Terminowe
	Test GPH dla stóp zwrotu				Test GPH dla kwadratów stóp zwrotu			
$m = T^{0.5}$	-0,113 (0,269)	-0,097 (0,293)	-0,326 (0,717)	-0,053 (0,623)	0,464 (0,000)	0,425 (0,000)	0,401 (0,000)	0,534 (0,000)
$m = T^{0.6}$	-0,115 (0,063)	-0,106 (0,074)	-0,011 (0,739)	-0,013 (0,705)	0,356 (0,000)	0,322 (0,000)	0,423 (0,000)	0,434 (0,000)
	Test GSP dla stóp zwrotu				Test GSP dla kwadratów stóp zwrotu			
$m = T/4$	0,007 (0,839)	-0,012 (0,722)	0,002 (0,903)	0,008 (0,783)	0,218 (0,000)	0,201 (0,000)	0,163 (0,000)	0,197 (0,000)
$m = T/8$	-0,079 (0,069)	-0,081 (0,067)	-0,009 (0,789)	-0,008 (0,803)	0,303 (0,000)	0,281 (0,000)	0,342 (0,000)	0,364 (0,000)

m – szerokość pasma wykorzystaną dla testów GPH i GPS.

T – całkowita liczba obserwacji.

Prawdopodobieństwo testowe (p -value) zawarto w nawiasach.

Źródło: badania własne.

Dla każdej serii danych stóp zwrotu zastosowano formułę warunkowej średniej zawierającą wyraz wolny oraz składnik autoregresyjny, natomiast warunkowa wariancja była modelowana przez modele GARCH wykorzystujące empirycznie stylizowane fakty szeregów czasowych stóp zwrotu, takie jak: persystencja, nieliniowość, asymetria oraz długa pamięć. Modele te były estymowane przy wykorzystaniu rozkładu t-Studenta oraz metody Quasi-Największej Wiarygodności (QML). W tabelach 3 i 4 zaprezentowano estymacje parametrów funkcji oraz testy diagnostyczne zastosowane do standaryzowanych reszt modeli GARCH. W przypadku złota stwierdzono znaczącą przewidywalność terminowych stóp zwrotu dla modelu FIAPARCH. Podczas gdy współczynniki odnoszące się do składników GARCH charakteryzowały się wysoką istotnością, współczynniki związane ze składnikami ARCH wykazały statystyczną nieistotność w pięciu na czternaście przypadków. Niewielka wartość współczynników ARCH może oznaczać, że zmienność stóp zwrotu dla złota nie charakteryzuje się gwałtownymi reakcjami w czasie. Współczynnik dźwigni (δ) dla modelu EGARCH jest statystycznie istotny i posiada dodatnią wartość, co oznacza, że dodatnie szoki cenowe mają w przypadku złota większy wpływ na warunkową zmienność niż szoki negatywne. Ta obserwacja jest w pełni spójna z parametrami modeli FIAPARCH, gdzie parametry APARCH (γ) są ujemne i statystycznie istotne. Biorąc pod uwagę kryteria Log (L), AIC oraz BIC, model FIAPARCH jest najlepiej dopasowany do szeregów czasowych bieżących i terminowych stóp zwrotu dla złota.

Tabela 3. Parametry modeli GARCH dla złota

	Bieżące stopy zwrotu (<i>spot</i>)										Terminowe stopy zwrotu (<i>utures</i>)				
	GARCH	IGARCH	RM	EGARCH	FIGARCH	FIAPARCH	HYGARCH	GARCH	IGARCH	RM	EGARCH	FIGARCH	FIAPARCH	HYGARCH	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
Const(w)	0,421*** (0,152)	0,422*** (0,143)	0,401** (0,134)	0,429*** (0,128)	0,414*** (0,141)	0,482*** (0,142)	0,419*** (0,141)	0,468*** (0,161)	0,457*** (0,142)	0,447*** (0,151)	0,421*** (0,153)	0,498*** (0,152)	0,562*** (0,158)	0,485*** (0,151)	
AR(1)	-0,026 (0,016)	-0,027 (0,016)	-0,025 (0,017)	-0,024 (0,018)	-0,025 (0,018)	-0,025 (0,019)	-0,026 (0,016)	-0,022 (0,017)	-0,022 (0,017)	-0,019 (0,018)	-0,024 (0,017)	-0,021 (0,017)	-0,028** (0,016)	-0,024 (0,017)	
Const (p)	0,081** (0,034)	0,085*** (0,044)		0,131*** (0,021)	0,089** (0,046)	0,321 (0,263)	0,087** (0,039)	0,081** (0,038)	0,080** (0,037)		0,121*** (0,024)	0,672*** (0,236)	0,453 (0,341)	0,084 (0,061)	
ARCH	0,058*** (0,010)	0,055*** (0,008)	0,05	0,088*** (0,012)	0,032 (0,072)	-0,004 (0,043)	0,031 (0,069)	0,051*** (0,007)	0,053*** (0,007)	0,04	0,082*** (0,011)	0,312*** (0,048)	-0,054 (0,040)	-0,022 (0,067)	
GARCH	0,937*** (0,008)	0,938*** (0,018)	0,93	0,943*** (0,003)	0,935*** (0,018)	0,958*** (0,014)	0,933*** (0,024)	0,952*** (0,008)	0,954*** (0,008)	0,93	0,982*** (0,001)	0,667*** (0,058)	0,963*** (0,012)	0,954*** (0,028)	
EGARCH(δ)				0,062*** (0,008)							0,052*** (0,008)				
d					0,468*** (0,103)	0,536*** (0,156)	0,479*** (0,055)					0,378*** (0,048)	0,424*** (0,062)	0,436*** (0,002)	
APARCH(γ)						-0,702*** (0,242)							-0,689*** (0,201)		
APARCH(δ)						1,255*** (0,173)							1,192 (0,128)		
t-Studenta	3,788*** (0,298)	3,839*** (0,259)	4,589*** (0,278)	4,248*** (0,345)	3,842** (0,255)	4,352*** (0,361)	3,789*** (0,310)	3,958*** (0,346)	3,9219*** (0,286)	4,675*** (0,291)	4,212*** (0,351)	3,909*** (0,292)	4,382*** (0,387)	3,948*** (0,362)	
Log(L)	9331,23	9331,52	9322,43	9271,14	9332,78	9353,44	9328,99	9181,12	9186,17	9158,33	9121,12	9181,77	9202,21	9182,41	

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Testy																
AIC		-6,468	-6,469	-6,461	-6,425	-6,468	-6,480	-6,467	-6,366	-6,367	-6,359	-6,322	-6,366	-6,377	-6,365	
BIC		-6,460	-6,463	-6,459	-6,412	-6,457	-6,475	-6,454	-6,349	-6,352	-6,349	-6,298	-6,346	-6,353	-6,343	
ARCH(5)		1,290 (0,15)	1,290 (0,15)	2,162 (0,048)	1,678 (0,153)	1,285 (0,158)	1,623 (0,01)	1,278 (0,158)	1,758 (0,11)	1,78 (0,11)	0,678 (0,637)	0,887 (0,452)	1,183 (0,21)	1,263 (0,12)	1,162 (0,19)	
Q2(10)		15,332 (0,09)	14,87 (0,09)	12,21 (0,09)	9,821 (0,264)	15,22 (0,08)	12,12 (0,19)	14,93 (0,08)	10,15 (0,17)	10,18 (0,17)	5,342 (0,854)	5,879 (0,701)	13,815 (0,08)	17,36 (0,03)	13,702 (0,08)	
Q(10)		13,127 (0,17)	13,131 (0,17)	11,876 (0,18)	13,217 (0,17)	13,876 (0,11)	10,945 (0,31)	13,487 (0,14)	13,988 (0,11)	13,887 (0,11)	11,657 (0,17)	16,789 (0,05)	13,725 (0,11)	12,622 (0,12)	13,371 (0,11)	
JB		2756 (0,00)	2837 (0,00)	4977 (0,00)	2124 (0,00)	3898 (0,00)	3697 (0,00)	4105 (0,00)	6856 (0,00)	6632 (0,00)	9798 (0,00)	7623 (0,00)	7812 (0,00)	7879 (0,00)	7377 (0,00)	

Prawdopodobieństwo testowe (*p-value*) jest przedstawione w nawiasach. Oznaczenia *, ** oraz *** odnoszą się odpowiednio do poziomów istotności 10%, 5% i 1%.

Źródło: badania własne.

Tabela 4. Parametry modeli GARCH dla srebra

	Bieżące stopy zwrotu (<i>spot</i>)										Terminowe stopy zwrotu (<i>futures</i>)				
	GARCH	IGARCH	RM	EGARCH	FIGARCH	FIAPARCH	HYGARCH	GARCH	IGARCH	RM	EGARCH	FIGARCH	FIAPARCH	HYGARCH	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
Const (w)	0,231 (0,210)	0,228 (0,208)	0,192 (0,213)	0,261** (0,118)	0,252 (0,204)	0,363* (0,201)	0,241 (0,202)	0,631*** (0,218)	0,728*** (0,219)	0,548** (0,233)	0,687*** (0,213)	0,628*** (0,213)	0,721*** (0,228)	0,633*** (0,228)	
AR(1)	-0,078*** (0,017)	-0,078*** (0,017)	-0,077*** (0,016)	-0,083*** (0,017)	-0,083*** (0,017)	-0,088*** (0,018)	-0,084*** (0,018)	-0,026* (0,013)	-0,026* (0,013)	-0,025 (0,013)	-0,024* (0,018)	-0,033* (0,017)	-0,036* (0,017)	-0,033** (0,017)	
Const (p)	0,084** (0,048)	0,016** (0,003)		0,126*** (0,022)	0,068** (0,043)	0,042 (0,041)	0,065** (0,038)	0,079** (0,042)	0,078** (0,028)		0,112*** (0,020)	0,073** (0,031)	0,018 (0,021)	0,079** (0,034)	
ARCH	0,048*** (0,011)	0,049*** (0,011)	0,05	0,101*** (0,012)	0,073 (0,048)	0,043 (0,062)	0,075 (0,077)	0,028*** (0,006)	0,027*** (0,007)	0,03	0,087*** (0,015)	0,069 (0,043)	0,081 (0,074)	0,065 (0,041)	
GARCH	0,872*** (0,011)	0,913*** (0,011)	0,87	0,969*** (0,003)	0,966*** (0,018)	0,961*** (0,017)	0,963*** (0,031)	0,959*** (0,007)	0,952*** (0,07)	0,95	0,966*** (0,003)	0,958*** (0,012)	0,943*** (0,032)	0,961*** (0,010)	
EGARCH(δ)				0,0480*** (0,008)							0,032*** (0,007)				
d					0,490*** (0,038)	0,493*** (0,031)	0,463*** (0,091)					0,482*** (0,031)	0,479*** (0,033)	0,487*** (0,031)	
APARCH(γ)						-0,421*** (0,187)							-0,284*** (0,121)		
APARCH(δ)						1,699*** (0,217)							1,974*** (0,118)		
t-Studenta	4,387*** (0,278)	4,430*** (0,214)	5,143*** (0,214)	4,386*** (0,271)	4,467*** (0,230)	4,543*** (0,274)	4,538*** (0,301)	4,231*** (0,350)	4,203*** (0,283)	4,966*** (0,316)	4,360*** (0,368)	4,237*** (0,292)	4,456*** (0,357)	4,312*** (0,357)	
Log(L)	7781,46	7781,45	7770,52	7732,72	7786,19	7801,34	7768,09	7872,53	7871,51	7854,30	7828,19	7875,46	7884,45	7873,53	

		Testy													
1		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
AIC		-5,362	-5,363	-5,356	-5,327	-5,365	-5,372	-5,364	-5,425	-5,426	-5,418	-5,483	-5,426	-5,437	-5,424
BIC		-5,571	-5,574	-5,572	-5,532	-5,572	-5,575	-5,569	-5,634	-5,637	-5,629	-5,585	-5,634	-5,638	-5,631
ARCH(5)		1,287 (0,08)	1,288 (0,08)	3,748 (0,03)	1,908 (0,112)	1,257 (0,21)	1,282 (0,10)	1,256 (0,15)	1,132 (0,36)	1,131 (0,36)	1,135 (0,36)	1,135 (0,37)	1,179 (0,28)	1,138 (0,34)	1,136 (0,34)
Q2(10)		7,04 (0,65)	7,12 (0,63)	24,37 (0,05)	14,87 (0,078)	16,49 (0,078)	8,52 (0,63)	7,16 (0,75)	9,59 (0,32)	9,58 (0,32)	9,71 (0,32)	9,76 (0,32)	9,70 (0,35)	11,32 (0,34)	9,72 (0,38)
Q(10)		7,341 (0,75)	7,104 (0,65)	8,185 (0,66)	11,417 (0,34)	8,259 (0,67)	10,007 (0,56)	8,204 (0,61)	8,032 (0,54)	8,043 (0,54)	8,514 (0,58)	12,054 (0,245)	8,760 (0,514)	9,412 (0,427)	8,622 (0,521)
JB		1288 (0,00)	1328 (0,00)	1226 (0,00)	2932 (0,00)	1623 (0,00)	1643 (0,00)	1514 (0,00)	2152 (0,00)	2212 (0,00)	1801 (0,00)	1915 (0,00)	1814 (0,00)	1569 (0,00)	1784 (0,00)

Prawdopodobieństwo testowe (*p-value*) jest przedstawione w nawiasach. Oznaczenia *, ** oraz *** odnoszą się odpowiednio do poziomów istotności 10%, 5% i 1%.

Źródło: badania własne.

Wyniki uzyskane dla srebra są zbliżone do tych otrzymanych dla złota. Wynika to z tego, że złoto charakteryzuje się o wiele mniejszą zmiennością niż srebro. Bieżące i terminowe stopy zwrotu dla srebra wykazywały znaczącą negatywną zależność z opóźnionymi o jeden okres stopami zwrotu w większości przypadków. Może to świadczyć o ciągłych, powracających do średniej korektach (*mean-reverting*) cen srebra w badanym okresie. Podobnie jak w przypadku złota, model FIAPARCH zidentyfikowano jako najlepiej dopasowany do modelowania dla zmienności srebra (tab. 5).

Tabela 5. Porównanie jakości progностycznej badanych modeli zmienności dla złota i srebra (okres spoza próby)

Model	Kryterium	Złoto		Srebro		Złoto		Srebro	
		Bieżące	Terminowe	Bieżące	Terminowe	Bieżące	Terminowe	Bieżące	Terminowe
Jednodniowa prognoza						Dwudziestodniowa prognoza			
GARCH	I	0,462	0,474	0,321	2,329	0,275	0,339	0,372	0,489
	II	0,709	0,766	14,38	0,960	32,24	39,52	75,16	81,32
IGARCH	I	0,422	0,492	0,324	2,316	0,276	0,358	0,369	0,596
	II	0,712	0,747	14,83	0,958	31,36	40,24	72,41	89,23
RM	I	0,471	0,521	0,377	2,168	0,273	0,412	0,332	0,601
	II	0,766	0,789	17,45	0,978	29,75	39,48	79,13	90,82
EGARCH	I	0,395	0,496	0,319	2,327	0,276	0,425	0,328	0,476
	II	0,732	0,804	13,19	0,954	48,42	43,24	67,15	85,37
FIGARCH	I	0,341	0,463	0,372	2,303	0,278	0,329	0,329	0,428
	II	0,688	0,724	18,24	0,953	41,23	40,13	69,78	88,81
FIAPARCH	I	0,396	0,474	0,349	1,897	0,214	0,314	0,335	0,415
	II	0,715	0,768	15,78	0,899	27,63	32,61	69,46	77,34
HYGARCH	I	0,282	0,484	0,328	2,308	0,279	0,335	0,336	0,512
	II	0,647	0,759	15,74	0,957	33,74	42,49	68,47	78,53

Kryteria oceny: I dla MAE i II dla MAPE.
Wartości podkreślone odnoszą się do najlepszego modelu.

Źródło: badania własne.

Biorąc pod uwagę jednodniowy horyzont czasowy prognozy, żaden z modeli nie zdeklasował wyraźnie pozostałych. Modele EGARCH, FIAPARCH, HYGARCH i FIGARCH zostały wybrane jako odpowiednie dla prognoz w odniesieniu do bieżących stóp zwrotu dla obu metali szlachetnych. Dla terminowych stóp zwrotu wybrano model FIAPARCH dla srebra i FIGARCH dla złota. Nieliniowe modele klasy GARCH, które były w stanie uchwycić dwa istotne efekty towarzyszące zmienności stóp zwrotu badanych metali szlachetnych (asymetrię i długą pamięć),

okazały się mieć lepszą dokładność predykcyjną od modeli liniowych. Na podstawie kryteriów MAE i MAPE nie wyselekcjonowano standardowego modelu GARCH, modeli IGARCH i RiskMetrics na bazie danych spoza próby. Wyniki dla dwudziestodniowego horyzontu prognoz również nie pozwoliły na wytypowanie jednego najlepszego modelu pod względem najniższego średniego błędu prognoz. Wybrano model FIAPARCH dla trzech serii stóp zwrotu (bieżących dla złota oraz terminowych dla złota i srebra). Drugim wybranym modelem był model EGARCH najlepiej dopasowany do bieżących stóp zwrotu dla srebra.

W kolejnym etapie dokonano estymacji VaR przy wykorzystaniu danych z próby dla dwóch badanych metali, przy wykorzystaniu standardowego modelu GARCH oraz modeli EGARCH i FIAPARCH. Wyniki wskazują na ograniczone możliwości modelu GARCH dla długich i krótkich pozycji transakcyjnych ze względu na to, że wartość statystyki testu Kupca spowodowała odrzucenie hipotezy zerowej na trzech poziomach istotności (1%, 5% i 10%) w większości przypadków. Model GARCH wydaje się być odpowiedni jedynie w przypadku bieżących stóp zwrotu dla złota. Wykorzystanie modelu EGARCH poprawia estymację VaR z próby w odniesieniu do serii bieżących stóp zwrotu srebra (kupno i sprzedaż). Dla pozostałych serii model EGARCH nie jest lepszy niż standardowy GARCH.

W przypadku zastosowania modelu FIGARCH uwzględniającego efekt asymetrii oraz długiej pamięci na podstawie testu Kupca nie zdołano odrzucić hipotezy zerowej dla prawie wszystkich α poziomów istotności i serii stóp zwrotu. Odrzucenie hipotezy zerowej było istotne statystycznie tylko dla 10-procentowego poziomu istotności. Takie ustalenia pozwalają na sformułowanie wniosku, że estymacje VaR uzyskane dzięki modelowi FIAPARCH są dokładniejsze od tych uzyskanych dzięki modelom GARCH i EGARCH w okresie z próby.

Dodatkowo przeprowadzono estymację VaR dla trzech powyższych modeli przy wykorzystaniu danych spoza próby. W tym przypadku otrzymano podobne wyniki jak w testach z próby. Jakość uzyskanych prognoz z modelu GARCH nie była lepsza od tych opartych na okresie z próby. Model EGARCH okazał się niewiele lepszy w okresie spoza próby. Model FIAPARCH był lepszy od pozostałych pod względem dokładności oszacowań VaR w przypadku krótkiej pozycji transakcyjnej. Hipoteza zerowa przy wykorzystaniu testu Kupca nie została odrzucona we wszystkich przypadkach. Dokładność modelu FIAPARCH w zakresie prognoz dla długiej pozycji została odrzucona tylko dla stóp terminowych na srebrze (dla 99,5-procentowego oraz 99,75-procentowego stopnia ufności). Wszystkie powyższe obserwacje wskazują na dominującą pozycję modelu FIAPARCH pod względem dokładności prognozo-

wania VaR dla pozycji transakcyjnych w odniesieniu do złota i srebra w stosunku do standardowego modelu GARCH i modelu EGARCH. Świadczy to też o tym, że uwzględnienie efektu asymetrii zmienności i długiej pamięci poprawia zdolności prognostyczne modelu oraz prowadzi do bardziej precyzyjnych oszacowań VaR.

Tabela 6. Poziom przekroczeń VaR (%) oraz oszacowanie dziennych wymogów kapitałowych dla pozycji na złocie i srebrze

Model	Poziom przekroczeń (%)	Średnie dzienne wymogi kapitałowe jako procentowa część zaangażowania	Poziom przekroczeń (%)	Średnie dzienne wymogi kapitałowe jako procentowa część zaangażowania
Bieżące pozycje w złocie		Terminowe pozycje w złocie		
GARCH	0,4217	9,32	0,9798	8,75
EGARCH	0,4217	9,37	0,8756	7,63
FIAPARCH	0,4212	7,94	0,8756	8,62
Bieżące pozycje w srebrze		Terminowe pozycje w srebrze		
GARCH	0,8756	17,23	0,8756	15,43
EGARCH	0,9798	18,12	0,9798	15,29
FIAPARCH	0,9231	17,98	0,8756	15,21

Wartości podkreślone odnoszą się do najlepszego modelu.

Źródło: badania własne.

W tabeli 6 przedstawiono określoną empirycznie procentową wielkość przekroczeń VaR oraz średnią dzienną wielkość zapotrzebowania kapitałowego dla okresu od 1 stycznia 2013 roku do 31 czerwca 2014 roku. Na podstawie wyników badań stwierdzono, że liczba przekroczeń dla każdego modelu nie była wyższa niż dziesięć, co oznacza, że dla żadnego z nich nie miało miejsca zakwalifikowanie do najgorszej kategorii oceny modeli według regulacji Bazylea II. Średni dzienny wymóg kapitałowy zawierał się od 7,94% (model FIAPARCH dla bieżącego zaangażowania w złocie) do 18,12% (EGARCH dla bieżącego zaangażowania w srebrze) wartości portfela zaangażowań. Pod względem najniższego średniego dziennego wymogu kapitału model FIAPARCH był najlepszym spośród trzech modeli, przy dwóch na cztery najniższych oszacowaniach (dla bieżącego zaangażowania w złocie oraz dla terminowego w srebrze). W przypadku modelu GARCH odnotowano niższy dzienny wymóg kapitałowy dla bieżących zaangażowań w srebrze, przy czym model ten posiadał średnio większy procentowy wskaźnik przekroczeń niż model FIAPARCH, co sugeruje większe prawdopodobieństwo (ryzyko modelu GARCH) zaklasyfikowania do najniższej kategorii według regulacji Bazylea II.

Podsumowanie

Na podstawie przeprowadzonych badań można stwierdzić, że model FIAPARCH stanowił w badanym okresie najlepsze narzędzie predykcyjne w stosunku do konkurencyjnych modeli. Wynika to z jego możliwości w zakresie wykorzystania efektów towarzyszących zmienności cen metali szlachetnych, do których należą asymetria reakcji oraz długa pamięć. Biorąc pod uwagę praktyczne zastosowanie modeli GARCH i wytypowane trzy najlepsze narzędzia prognostyczne, stwierdzono, że w toku estymacji i oszacowań VaR nie wyróżniono modelu, który osiągnąłby równocześnie dla wszystkich serii najniższy wskaźnik przekroczeń i najniższy (optymalny) wymóg kapitałowy. Pomimo to model FIAPARCH pozwolił na uzyskanie najniższej liczby przekroczeń VaR (najniższe ryzyko modelu) dla wszystkich serii, co sprawia, że w odniesieniu do złota i srebra wydaje się najkorzystniejszym modelem predykcyjnym z punktu widzenia instytucji finansowych.

Literatura

- Aloui, C., Mabrouk, S. (2010). Value-at-risk Estimations of Energy Commodities via Long-memory, Asymmetry and Fat-tailed GARCH Models. *Energy Policy*, 38, 2326–2339.
- Arouri, M., Hammoudeh, S., Lahiani, A., Nguyen, D.K. (2012). Long Memory and Structural Breaks in Modeling the Return and Volatility Dynamics of Precious Metals. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 2 (52), 207–218.
- Cheng, W.H., Hung, J.C. (2011). Skewness and Leptokurtosis in GARCH-typed VaR Estimation of Petroleum and Metal Asset Returns. *The Journal of Empirical Finance*, 18, 160–173.
- Choi, K., Hammoudeh, S. (2009). Long Memory in Oil and Refined Products Markets. *Energy Journal*, 30, 97–116.
- Doman, M., Doman, R. (2009). *Modelowanie zmienności i ryzyka. Metody ekonometrii finansowej*. Warszawa: Wolters Kluwer.
- Elder, J., Serletis, A. (2008). Long Memory in Energy Futures Prices. *Review of Financial Economics*, 17, 146–155.
- Engle, R.F., Bollerslev, T. (1986). Modelling the Persistence of Conditional Variances. *The American Economic Review*, 5, 1–50.
- Geweke, J., Porter-Hudak, S. (1983). The Estimation and Application of Long-memory Time Series Models. *Journal of Time Series Analysis*, 4, 221–238.
- Hammoudeh, S. (2009). Long Memory in Oil and Refined Products Markets. *The Energy Journal*, 30 (2), 97–116.

- Hammoudeh, S., Yuan, Y. (2008). Metal Volatility in Presence of Oil and Interest Rate Shocks. *Energy Economics* 30, 606–620.
- Hammoudeh, S., Yuan, Y., McAleer, M., Thompson, M. (2010). Precious Metals-exchange Rate Volatility Transmissions and Hedging Strategies. *The International Review of Economics & Finance*, 20, 633–647.
- Jajuga K. (red.) (2000). *Metody ekonometryczne i statystyczne w analizie rynku kapitałowego*. Wrocław: Wyd. AE we Wrocławiu.
- Kang, S.H., Yoon, S.-M. (2013). Modeling and Forecasting the Volatility of Petroleum Futures Prices. *Energy Economics*, 36, 354–362.
- Kupiec, P. (1995). Technique for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models. *The Journal of Derivative*, 2, 173–184.
- Mckenzie, M.D., Mitchell, H., Brooks, R.D., Faff, R.W. (2001). Power ARCH Modelling of Commodity Futures Data on the London Metal Market. *The European Journal of Finance*, 7, 22–38.
- Miciuła, I. (2014). The Concept of FTS Anylysis in Forecasting Trends of Exchange Rate Changes. *Economics & Sociology*, 7 (2), 172–182.
- Robinson, P.M. (1995). Log-periodogram Regression of Time Series with Long Range Dependence. *The Annals of Statistics*, 23, 1048–1072.
- Tarczyński W., Mojsiewicz M. (2001). *Zarządzanie ryzykiem*. Warszawa: PWE.
- Thuraisamy, K.S., Sharma, S.S., Ahmed, H.J.A. (2013). The Relationship between Asian Equity and Commodity Futures Markets. *The Journal of Asian Economics*, 28, 67–75.
- Vivian, A., Wohar, M.E. (2012). Commodity Volatility Breaks. *Journal of International Financial Markets, Institutions & Money*, 22, 395–422.
- Wei, Y., Wang, Y., Huang, D. (2010). Forecasting Crude Oil Market Volatility: Further Evidence Using GARCH-class Models. *Energy Ecoomics*, 32, 1477–1484.
- Zivot, E., Andrews, K. (1992). Further Evidence on the Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis. *Journal of Business & Economic Statistics*, 10, 251–270.

FORECASTING THE VOLATILITY OF THE RETURN RATES ON THE GOLD AND SILVER MARKETS, TAKING INTO ACCOUNT THE ASYMMETRY AND LONG MEMORY EFFECTS

Abstract

The article analyses the meaning of the asymmetry and long memory effects in modeling and forecasting the conditioned volatility and the market risk on the commodity market on the examples of gold and silver. A wide range of linear and non-linear models of the GARCH type were used. The in-sample and out of sample forecast analyses showed that the volatility of the return rates for gold and silver is better described by the linear models of volatility, using the long memory and asymmetry effects. In particular, the FIAPARCH

model turned out to be the best in estimating the VaR forecasts for long and short positions. This model also generated the least security breach formulated by the Basel II Capital Accord, reaching the level of risk exposure with the 99% of confidence interval.

Translated by Alan Zamkowski

Keywords: price forecasting volatility, commodity market

JEL Codes: C53, C58, Q31